REGULARIZACION DE
CATASTRO Y REGISTRO
Propiedades inscritas y seguras

# EL SISTEMA DE REFERENCIA CR05 Y LA PROYECCIÓN TRANSVERSAL DE MERCATOR PARA COSTA RICA CRTM05

INSTITUTO GEOGRAFICO NACIONAL
JULIO 1944
COSTA RICA

# Sistema de Referencia CR05 y Proyección Transversal Mercator para Costa Rica CRTM05

Documento elaborado por :

• Unidad Ejecutora, Programa de Regularización de Catastro y Registro

• Instituto Geográfico Nacional

# Índice de contenidos


***1. El Sistema de referencia CR05 y la proyección CRTM05*** 6

1.1. Generalidades 6

1.2 Definición del datum geodésico 6

1.3 Definición del sistema cartográfico 8

1.4 Formulas de la proyección Transversal Mercator 9

1.5 Cálculo de coordenadas

1.5.1 Cálculo de las coordenadas de cuadrícula (E, N)

a partir de coordenadas elipsoídicas ($\varphi$, $\lambda$) 9

1.5.2 Cálculo de las coordenadas elipsoídicas ($\varphi$, $\lambda$)

a partir de las coordenadas de cuadrícula (E, N) 11

1.6 Convergencia de los meridianos y factor de escala 12

1.7 Reducción geométrica de distancias 14

1.8 Relación entre acimutes geodésico, proyectado y de cuadrícula 15

1.9 Coordenadas de la red geodésica de primer orden 16

***2. Transformaciones de coordenadas*** 18

2.1 Transformación de Molodensky de tres parámetros 19

2.2 Transformación entre planos cartográficos 20

2.3 Transformación de Helmert de siete parámetros 23

***3. Proyección Lambert*** 25

3.1 Generalidades 25

3.2 Cálculo de coordenadas en el sistema Lambert 25

***Bibliografía*** 28

Anexo I:

Decreto de oficialización de sistemas CR05

# Índice de cuadros


1. Vértices de la red geodésica de primer orden 7

2. Parámetros geométricos y físicos del elipsoide WGS84 7

3. Elementos representados en la figura 2 8

4. Parámetros de la proyección CRTM05 9

5. Coeficientes para el cálculo de coordenadas de cuadrícula a partir de coordenadas elipsoídicas 10

6. Coeficientes para el cálculo de coordenadas elipsoídicas a partir de coordenadas de cuadrícula 11

7. Coeficientes para el cálculo de la convergencia de los meridianos y del factor de escala a partir de coordenadas geográficas 13

8. Coeficientes para el cálculo de la convergencia de los meridianos y del factor de escala a partir de coordenadas de cuadrícula 13

9. Coordenadas elipsoídicas de la red de primer orden 16

10. Coordenadas de cuadrícula de la red de primer orden 17

11. Parámetros para la transformación de Molodensky 20

12. Parámetros para la transformación espacial de Helmert 24

13. Parámetros geométricos del elipsoide Clark1866 25

14. Parámetros de la proyección Lambert para cada zona 25

15. Elementos para el cálculo de coordenadas en el sistema Lambert 26

16. Coeficientes pare el cálculo del arco de meridiano 27

# Índice de figuras


1. Red de primer orden 6

2. Elipsoide de referencia y coordenadas 8

3. Proyección CRTM05 8

4. Formulación de la proyección Gauss-Krüger 9

5. Reducción de distancias del terreno a la carta 14

6. Variación del factor de escala 15

7. Relación entre acimutes geodésico, proyectado y de cuadrícula 15

8. Posibles transformaciones entre el sistema “viejo” y el sistema “nuevo” 18

9. Transformación del sistema Lambert al sistema CRTM05 20

10. Transformación del sistema CRTM05 al sistema Lambert 22

11. Proyección Lambert 25

12. Formulación de la proyección cónica de Lambert 25

# 1. EL SISTEMA DE REFERENCIA CR05 Y LA PROYECCIÓN CRTM05

## 1.1 GENERALIDADES

Con fundamento en el Decreto Ejecutivo Nº 33797-MJ-MOPT del 30 de marzo de 2007, se crea el sistema de coordenadas horizontales para Costa Rica, denominado CR05, el cual tendrá carácter oficial y sustituye al sistema de coordenadas Lambert, datum de Ocotepeque. Será el marco de referencia para todos los trabajos topográficos, cartográficos, geodésicos y catastrales oficiales.

El sistema de coordenadas CR05 está amarrado al Marco de Referencia Terrestre Internacional, realización del 2000 (ITRF00, por sus siglas en inglés), reducido a la época 2005.83, que es la de definición del sistema.

El sistema CR05 está materializado por una red de 33 estaciones GPS de primer orden (34 si se considera el punto ETCG[1]), distribuidas en todo el territorio nacional. Estas tienen coordenadas geodésicas referidas al elipsoide WGS84 y coordenadas de cuadrícula, definidas por una proyección Gauss-Krüger, mejor conocida como Transversal Mercator.

Para el diseño de la red geodésica se tomaron en cuenta los siguientes aspectos técnicos y metodológicos:

1. La cantidad de puntos preexistentes que coincidían con el viejo sistema (datum Ocotepeque), registrados en el Catastro Nacional y el Instituto Geográfico Nacional.
2 Los reconocimientos de campo efectuados por personal de las instituciones antes citadas.
3. La cantidad de cuadrillas a disposición para las labores de medición GPS.
4. Los resultados de los procesos de simulación.
5. La exactitud máxima requerida de ± 3,0 cm. en las coordenadas ajustadas.
6. La cantidad de semanas disponibles para efectuar las mediciones, entre otros criterios.

## 1.2 DEFINICIÓN DEL DATUM GEODÉSICO

El datum geodésico está materializado por una red de 34 estaciones denominada red de primer orden, medidas con tecnología GPS, distribuidas en todo el territorio nacional, vinculadas al Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF00, por sus siglas en ingles), época de medición 2005,83. En la Figura 1 se observa la configuración de la red de primer orden.

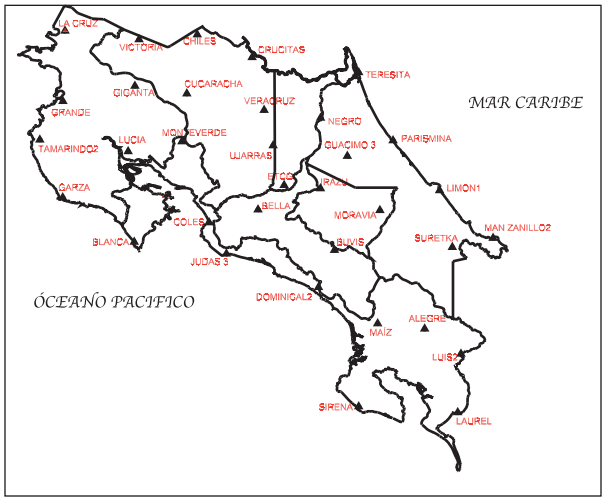


**Figura 1**: Red de primer orden.

Para efectuar el vínculo al sistema mundial de coordenadas, se actualizaron las coordenadas de las estaciones ITRF a la época de observación; además se utilizaron efemérides precisas para el cálculo de los vectores GPS. Las cuatro estaciones utilizadas para el amarre al ITRF fueron: MANA, GCGT, ZSU1 y CRO1, localizadas en Nicaragua, Islas Gran Caimán, Puerto Rico e Islas Vírgenes, respectivamente. De la red de primer orden se usaron cinco puntos para efectuar el vínculo: VICTORIA, LUCÍA, ETCG, LIMÓN1 y SIRENA (ver ubicación en Figura 1)

Los resultados muestran una estructura geométrica exacta, con una distribución geodésica homogénea. La alta calidad de la red se demuestra con base a criterios de exactitud, vinculados a ella: las desviaciones estándar para las coordenadas ajustadas tienen valores de entre ± 3 mm. y ± 22 mm. al 95% de probabilidad; los semiejes de las elipses absolutas de confianza no superan los 3 cm.

Los nombres de las estaciones de la red de primer orden con su nombre corto para la nomenclatura GPS y las ubicaciones según cantón y provincia están en el Cuadro 1.

1. El vértice ETCG está ubicado en el edificio de la Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia, de la Universidad Nacional (UNA), en Heredia

***Cuadro 1:*** Vértices de la red geodésica de primer orden

| Nombre del punto | Nombre GPS | | Cantón y provincia |
|---|---|---|---|
| Alegre | **ALEG** | ALEGre | Buenos Aires, |
| Bella | **BELL** | BELL | Puriscal, San José Puntarenas |
| Blanca | **BLAN** | BLANca | Puntarenas, Puntarenas |
| Buvis | **BUVI** | BUVIs | Pérez Zeledón, San José |
| Chiles | **CHIL** | CHILes | Los Chiles, Alajuela |
| Coles | **COLE** | COLEs | Garabito, Puntarenas |
| Crucitas | **CRUC** | CRUCitas | San Carlos, Alajuela |
| Cucaracha | **CUCA** | CUCAracha | Guatuso, Alajuela |
| Dominical2 | **DOM2** | DOMInical 2 | Aguirre, Puntarenas |
| Garza | **GARZ** | GARZa | Nicoya, Guanacaste |
| Giganta | **GIGA** | GIGAnta | Bagaces, Guanacaste |
| Grande | **GRAN** | GRANde | Carrillo, Guanacaste |
| Guacimo | **GUAC** | GUACimo | Guácimo, Limón |
| Irazú | **IRAZ** | IRAZu | Oreamuno, Cartago |
| Judas 3 | **JUD3** | JUDas 3 | Parrita, Puntarenas |
| La Cruz | **CRUZ** | La CRUZ | La Cruz, Guanacaste |
| Laurel | **LAUR** | LAURel | Corredores, Puntarenas |
| Limón 1 | **LIM1** | LIMón 1 | Limón, Limón |
| Lucia | **LUCI** | LUCIa | Abangares, Guanacaste |
| Luis 2 | **LUI2** | LUIs 2 | Coto Brus, Puntarenas |
| Maíz | **MAIZ** | MAIZ | Buenos Aires, |
| Manzanillo 2 | **MAN2** | MANzanillo | Talamanca, Limón Puntarenas |
| Monteverde | **MONT** | MONTeverde | Puntarenas, Puntarenas |
| Moravia | **MORA** | MORAvia | Turrialba, Cartago |
| Negro | **NEGR** | NEGRo | Sarapiquí, Heredia |
| Parismina | **PARI** | PARIsmina | Siquirres, Limón |
| Sirena | **SIRE** | SIREna | Golfito, Puntarenas |
| Suretka | **SURE** | SUREtka | Talamanca, Limón |
| Tamarindo 2 | **TAM2** | TAMarindo 2 | Santa Cruz, Guanacaste |
| Teresita | **TERE** | TEREsita | Pococí, Limón |
| Ujarras | **UJAR** | UJARras | Alajuela, Alajuela |
| Veracruz | **VERA** | VERAcruz | San Carlos, Alajuela |
| Victoria | **VICT** | VICToria | Upala, Alajuela |

El elipsoide de referencia del sistema de coordenadas geográficas es el WGS84, cuyos parámetros se dan en el Cuadro 2.

El origen del sistema cartesiano tridimensional X, Y, Z se encuentra en el centro geométrico del elipsoide y coincide con el centro de masas de la Tierra; el eje Z es paralelo a la dirección del polo convencional internacional (CIO); el eje X es la intersección del plano meridiano de Greenwich y el plano del ecuador medio y el eje Y es ortogonal a los anteriores, para crear una terna derecha de ejes.

***Cuadro 2:*** Parámetros geométricos y físicos del elipsoide WGS84

| PARAMETRO | NOMENCLATURA Y/O FORMULA | VALOR DEL PARÁMETRO |
|---|---|---|
| Semieje mayor | a | 6 378 137,0 m |
| Semieje menor | b | 6 356 752,314 m |
| Achatamiento geométrico | $f = \frac{a-b}{a}$ | 0,003 352 811 |
| Primera excentricidad numérica | $e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2}$ | 0,006 694 380 |
| Velocidad de rotación | ω | 7 292 115 X10-$^{11}$ rad/seg |

En la Figura 2 se observa la definición del sistema cartesiano tridimensional (X, Y, Z) y su relación con las coordenadas geodésicas (φ, λ, h). En el Cuadro 3 se menciona cada uno de los elementos representados en la Figura 2.

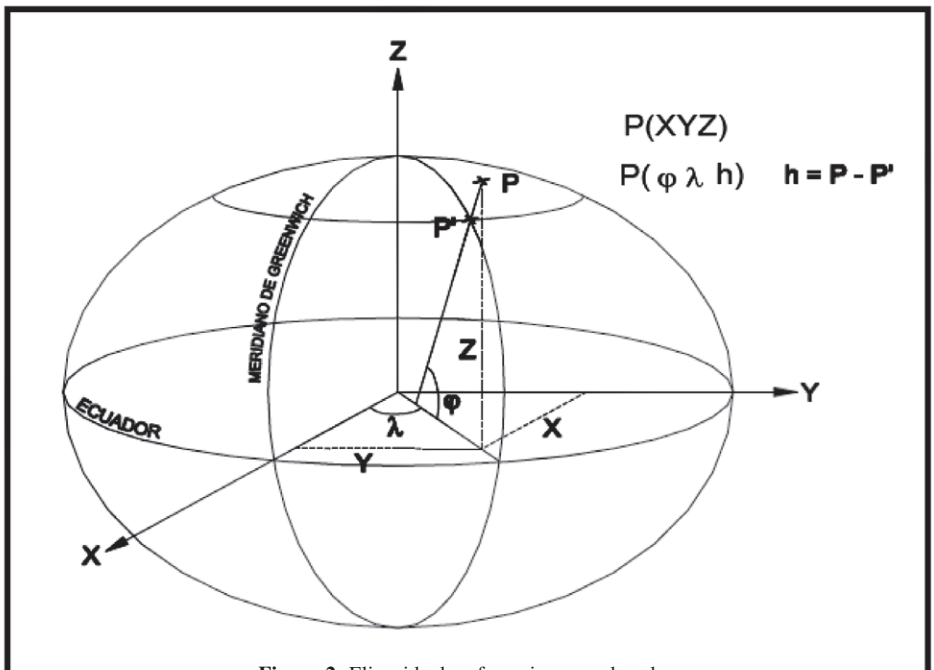


**Figura 2:** Elipsoide de referencia y coordenadas.

***Cuadro 3:*** Elementos representados en la figura 2

| PARÁMETRO | NOMENCLATURA |
|---|---|
| $X, Y, Z$ | Ejes cartesianos del sistema tridimensional |
| P(X, Y, Z) | Coordenadas cartesianas tridimensionales del punto P |
| P(φ, λ, h) | Coordenadas geodésicas del Punto P |
| φ | Latitud de P. |
| λ | Longitud de P. |
| $h = P - P'$ | Altura elipsoidal (altura desde el elipsoide al punto en la superficie). |
| $P$ | Un punto cualquiera sobre la superficie terrestre. |

## 1.3 DEFINICIÓN DEL SISTEMA CARTOGRÁFICO

El sistema de coordenadas de cuadrícula para Costa Rica se basa en la proyección del elipsoide de referencia WGS84 a un plano cartográfico tipo Gauss-Krüger, denominado CRTM05 y que se constituye en el sistema oficial para todo el país. En la Figura 3 se representa la proyección citada anteriormente

Se define el meridiano 84º longitud Oeste como meridiano central de la proyección conforme Transversal Mercator.

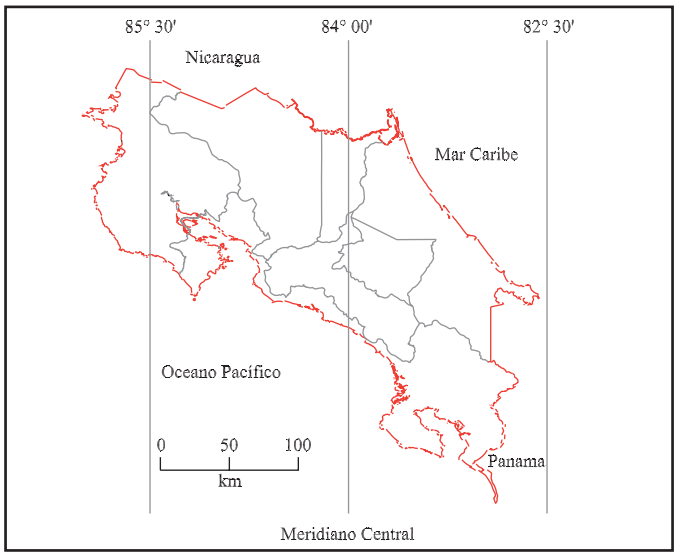


**Figura 3:** Proyección CRTM05.

Se debe introducir un falso este al origen, cuyo valor es 500 000,000 m para tener siempre coordenadas positivas. El origen de la coordenada Norte es el paralelo de latitud 0º (el Ecuador), medido de forma positiva hacia el Norte y con un falso norte de 0,000 m.

Para equilibrar la distorsión lineal se aplica un factor de escala general de 0,9999. Así, la longitud del meridiano central se proyecta reducido en el plano con dicho factor. En el Cuadro 4 se resumen los parámetros de la proyección CRTM05.

***Cuadro 4:*** Parámetros de la proyección CRTM05.

| SISTEMA CARTOGRÁFICO DE COSTA RICA CRTM05 | |
|---|---|
| Elipsoide asociado | WGS84 |
| Meridiano de referencia | 84º W |
| Paralelo de referencia | 0º |
| Factor de escala en el meridiano Central | 0.9999 ó -100 ppm |
| Falso Este | 500 000.000 m |
| Falso Norte | 0.000 m |

Los cálculos de coordenadas y transformaciones, el factor de escala y la convergencia de los meridianos se basan en las fórmulas del sistema de proyección de Gauss-Krüger.

## 1.4 FORMULAS DE LA PROYECCIÓN TRANSVERSAL MERCATOR

Las fórmulas se desarrollan partiendo de un punto $P_0$ elegido arbitrariamente, como se muestra en la Figura 4. $G_0$ es la longitud del arco de meridiano desde el Ecuador hasta la latitud del punto $P_0$. Este punto puede elegirse exactamente en la latitud del punto P, pero en los cálculos siguientes se usó el punto $P_0$ con una latitud de 10º.

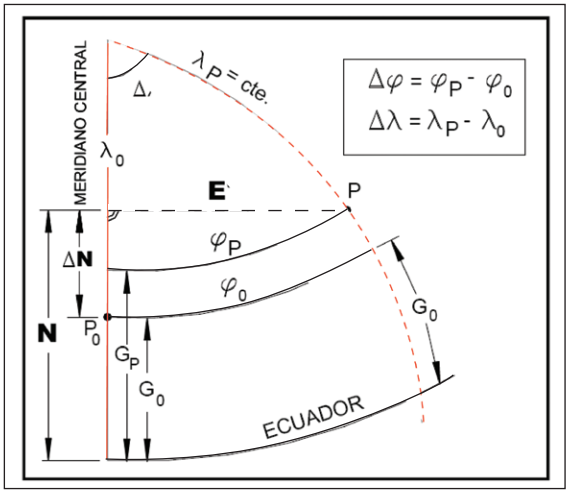


**Figura 4:** Formulación de la proyección Gauss- Krüger.

Se define la latitud y longitud de referencia, para el sistema CRTM05 con los siguientes valores:

$\varphi_0$ = 10º latitud norte

$\lambda_0$ = 84º longitud oeste (meridiano central de la proyección)

En los cálculos siguientes intervienen algunos parámetros geométricos del elipsoide y otros parámetros auxiliares que se calculan con las siguientes fórmulas:

$$N_0 = \frac{a}{(1-e^2 \operatorname{sen}^2\varphi_0)^{1/2}}$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$$

$$t_0 = \tan\varphi_0$$

$$\eta_0^2 = e'^2 \cos^2\varphi_0$$

$$\rho = \frac{180°}{\pi}$$

$a$ : semieje mayor del elipsoide.

$e^2$ : primeras ecentricidad del elipsoide de rotación

$e'^2$ : segunda exentridad del elipsoide de rotación

$N_0$ : radio de curvatura en el primer vertical

$\varphi_0$ : latitud del punto auxiliar $P_0$

$t_0$ $\eta_0^2$ : parámetros auxiliares en funcion de la latitud del punto $P_0$

## 1.5 CÁLCULO DE COORDENADAS

### 1.5.1 CÁLCULO DE LAS COORDENADAS DE CUADRÍCULA (E, N) A PARTIR DE COORDENADAS ELIPSOÍDICAS (ϕ, λ)

### LONGITUD DEL ARCO DE MERIDIANO

A fin de poder calcular la coordenada norte del punto de interés, se necesita conocer la longitud del arco de meridiano desde el Ecuador hasta un punto con latitud conocida. El arco de meridiano G se calcula en función de los parámetros geométricos del elipsoide y de la latitud $\varphi$ del punto considerado, con esta ecuación:

$$G = a\left(1-e^2\right)\left[A\,\varphi - \frac{B}{2}\operatorname{sen}2\,\varphi + \frac{C}{4}\operatorname{sen}4\,\varphi - \frac{D}{6}\operatorname{sen}6\,\varphi + \frac{E}{8}\operatorname{sen}8\,\varphi - \frac{F}{10}\operatorname{sen}10\,\varphi\right]$$

$$A = 1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \frac{175}{256}e^6 + \frac{11025}{16384}e^8 + \frac{43659}{65536}e^{10}$$

$$B = \frac{3}{4}e^2 + \frac{15}{16}e^4 + \frac{525}{512}e^6 + \frac{2205}{2048}e^8 + \frac{72765}{65536}e^{10}$$

$$C = \frac{15}{64}e^4 + \frac{105}{256}e^6 + \frac{2205}{4096}e^8 + \frac{10395}{16384}e^{10}$$

$$D = \frac{35}{512}e^6 + \frac{315}{2048}e^8 + \frac{31185}{131072}e^{10}$$

$$E = \frac{315}{16384}e^8 + \frac{3465}{65536}e^{10}$$

$$F = \frac{693}{131072}e^{10}$$

Al aplicar las formulas anteriores, considerar $\varphi = \varphi_0$ y utilizar los parámetros geométricos del elipsoide WGS-84, el arco de meridiano del punto auxiliar $P_0$ es:

**$G_{10°}$ = 1 105 854,833 m**

Conocidas la latitud y longitud (ϕ, λ) de un punto, se quiere calcular a partir de ellas las coordenadas de cuadrícula de este.

Primero, se calculan las diferencias $\Delta\varphi$ y $\Delta\lambda$ como:

$$\Delta\varphi = \varphi - 10^{o} \qquad \Delta\lambda = \lambda - (-84^{o})$$

Donde $\varphi$ es la latitud y λ es la longitud del punto considerado. La longitud se debe introducir con signo negativo y para utilizar las siguientes formulas, $\Delta\varphi$ y $\Delta\lambda$ deben estar en radianes.

$$\Delta N' = a_{10}\ \Delta\varphi + a_{20}\ \Delta\varphi^2 + a_{02}\ \Delta\lambda^2 + a_{30}\ \Delta\varphi^3 + a_{12}\ \Delta\varphi\ \Delta\lambda^2 + a_{40}\ \Delta\varphi^4 + a_{22}\ \Delta\varphi^2\ \Delta\lambda^2 + a_{04}\ \Delta\lambda^4 + \\ + a_{50}\ \Delta\varphi^5 + a_{32}\ \Delta\varphi^3\ \Delta\lambda^2 + a_{14}\ \Delta\varphi\ \Delta\lambda^4 + \ldots$$

$$E' = a_{01}\ \Delta\lambda + a_{11}\ \Delta\varphi\ \Delta\lambda + a_{21}\ \Delta\varphi^2\ \Delta\lambda + a_{03}\ \Delta\lambda^3 + a_{31}\ \Delta\varphi^3\ \Delta\lambda + a_{13}\ \Delta\varphi\ \Delta\lambda^3 + a_{41}\ \Delta\varphi^4\ \Delta\lambda + \\ a_{23}\ \Delta\varphi^2\ \Delta\lambda^3 + a_{05}\ \Delta\lambda^5 + \ldots$$

Los coeficientes dependen de los parámetros del elipsoide WGS84 y de la latitud del punto auxiliar $P_0$. Entonces, permanecen invariables mientras no se cambie la latitud del punto auxiliar. Los valores de estos están en el Cuadro 5.

***Cuadro 5:*** Coeficientes para el cálculo de coordenadas de cuadrícula a partir de coordenadas elipsoídicas.

| COEFICIENTE | VALOR | COEFICIENTE | VALOR |
|---|---|---|---|
| a10 | 6337358,11 | a40 | -3675.842 |
| a01 | 6281872,83 | a13 | -894370.419 |
| a20 | 10883.368 | a04 | 221627.399 |
| a11 | -1100470.996 | a31 | 172656.502 |
| a02 | 545417,885 | a22 | -1085654.527 |
| a30 | 19955.722 | a50 | 0 |
| a03 | 990475,248 | a41 | 261744.701 |
| a21 | -3122430.454 | a32 | -1998031.096 |
| a12 | 2997671.141 | a23 | -2333314.547 |
| a14 | 1110311.476 | a05 | 218688,67 |

Estos se calculan con base en estas fórmulas:

$$a_{10} = \frac{N_0}{\rho}\left(1 - \eta_0^2 + \eta_0^4 - \eta_0^6\right) \qquad a_{01} = \frac{N_0\ \cos(\varphi_0)}{\rho}$$

$$a_{20} = \frac{3\ N_0\ t_0}{2\rho^2}\left(\eta_0^2 - 2\ \eta_0^4\right) \qquad a_{11} = \frac{N_0\ \cos(\varphi_0)\ t_0}{\rho^2}\left(-1 + \eta_0^2 - \eta_0^4\right)$$

$$a_{02} = \frac{N_0\ \cos^2(\varphi_0)\ t_0}{2\ \rho^2} \qquad a_{30} = \frac{N_0\ \eta_0^2}{2\ \rho^3}\left(1 - t_0^2 - 2\ \eta_0^2 + 7\ \eta_0^2\ t_0^2\right)$$

$$a_{21} = \frac{N_0\ \cos(\varphi_0)}{2\ \rho^3}\left(-1 + \eta_0^2 - 3\ \eta_0^2\ t_0^2 - \eta_0^4 + 6\ \eta_0^4\ t_0^2\right)$$

$$a_{12} = \frac{N_0\ \cos^2(\varphi_0)}{2\ \rho^3}\left(1 - t_0^2 + \eta_0^2\ t_0^2 - \eta_0^4\ t_0^2\right) \qquad a_{03} = \frac{N_0\ \cos^3(\varphi_0)}{6\ \rho^3}\left(1 - t_0^2 + \eta_0^2\right)$$

$$a_{40} = \frac{N_0\ t_0}{2\rho^4}\left(-\eta_0^2\right) \qquad a_{31} = \frac{N_0\ \cos(\varphi_0)\ t_0}{6\ \rho^4}\left(1 - 10\eta_0^2 + 3\ \eta_0^2\ t_0^2\right)$$

$$a_{22} = \frac{N_0\ \cos^2(\varphi_0)\ t_0}{4\ \rho^4}\left(-4 + 3\eta_0^2 - 3\ \eta_0^2\ t_0^2\right) \qquad a_{04} = \frac{N_0\ \cos^4(\varphi_0)\ t_0}{24\ \rho^4}\left(5 - t_0^2 + 9\ \eta_0^2\right)$$

$$a_{13} = \frac{N_0\ \cos^3(\varphi_0)\ t_0}{6\ \rho^4}\left(-5 + t_0^2 - 4\ \eta_0^2 - \eta_0^2\ t_0^2\right)$$

$$a_{50} = 0 \qquad a_{41} = \frac{N_0\ \cos(\varphi_0)}{24\ \rho^5}$$

$$a_{32} = \frac{N_0\ \cos^2(\varphi_0)}{3\ \rho^5}\left(1 - t_0^2\right) \qquad a_{23} = \frac{N_0\ \cos^3(\varphi_0)}{12\ \rho^5}\left(-5 + 13t_0^2\right)$$

$$a_{14} = \frac{N_0\ \cos^4(\varphi_0)}{24\ \rho^5}\left(5 - 18\ t_0^2 + t_0^4\right) \qquad a_{05} = \frac{N_0\ \cos^5(\varphi_0)}{120\ \rho^5}\left(5 - 18\ t_0^2 + t_0^4\right)$$

Finalmente, las coordenadas geodésicas del punto se calculan de este modo:

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi = 10^{\circ} + \Delta\varphi$$
$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = -84^{\circ} + \Delta\lambda$$

donde $\varphi$ y $\lambda$ corresponde con la latitud y la longitud del punto respectivamente. El valor $\Delta\lambda$ debe considerar el signo que se obtiene al calcular su valor (ya sea positivo o negativo, el signo no se debe descartar).

Los coeficientes del Cuadro 6 se obtienen con:

$$b_{10} = \frac{\rho}{N_0}\left(1+\eta_0^2\right) \qquad b_{01} = \frac{\rho}{N_0 \cos\left(\varphi_0\right)}$$

$$b_{20} = \frac{3\ \eta_0^2 t_0\ \rho}{2N_0^2}\left(-1-\eta_0^2\right) \qquad b_{02} = \frac{t_0\rho}{2N_0^2}\left(-1-\eta_0^2\right)$$

$$b_{30} = \frac{\eta_0^2\rho}{2N_0^3}(-1+t_0^2-2\ \eta_0^2+6\ \eta_0^2\ t_0^2) \qquad b_{21} = \frac{\rho}{2N_0^3\cos\varphi_0}(1\ +2\ t_0^2+\eta_0^2)$$

$$b_{12} = \frac{\rho}{2N_0^3}(-1-t_0^2-2\ \eta_0^2+2\ \eta_0^2\ t_0^2-\eta_0^4+3\ \ \eta_0^4\ t_0^2)$$

$$b_{31} = \frac{t_0\rho}{6N_0^4\cos\varphi_0}(5+\ 6t_0^2+\ \eta_0^2) \qquad b_{22} = \frac{t_0\rho}{4N_0^4}(-2-2\ t_0^2-9\ \ \eta_0^2+\ \eta_0^2\ t_0^2)$$

$$b_{04} = \frac{{}_0\rho}{24N_0^4}(5+3t_0^2+6\ \eta_0^2-6\eta_0^2\ t_0^2) \qquad b_{13} = -b_{31}$$

$$b_{32} = \frac{\rho}{6N_0^5}(-1-4t_0^2-3\ t_0^4) \qquad b_{41} = \frac{\rho}{24N_0^5\cos\varphi_0}(5+28t_0^2+24\ t_0^4)$$

$$b_{23} = -2b_{41} \qquad b_{14} = \frac{\rho}{24N_0^5}(5+14t_0^2+9\ t_0^4)$$

$$b_{11} = \frac{t_0\rho}{N_0^2\cos\left(\varphi_0\right)} \qquad b_{40} = \frac{\eta_0^2 t_0\rho}{2N_0^4} \qquad b_{05} = \frac{1}{5}b_{41} \qquad b_{03} = \frac{-1}{3}b_{21} \qquad b_{50} = 0$$

## 1.6 CONVERGENCIA DE LOS MERIDIANOS Y FACTOR DE ESCALA

Se define como convergencia de los meridianos a la diferencia angular entre el norte geográfico y el norte de cuadrícula. Esta debe ser considerada cuando se tienen azimut medidos a nivel del terreno y se desea trabajar con coordenadas de cuadrícula. Para ello, se debe conocer coordenadas geodésicas o de cuadrícula en la zona de trabajo.

La convergencia del meridiano "c" y el factor de escala "m" en un punto P se puede calcular en función de las coordenadas elipsoídicas o de cuadrícula.

Conocidas la latitud y longitud del punto base, la convergencia de los meridianos y el factor de escala se obtienen con las siguientes fórmulas, donde $\Delta\varphi$ y $\Delta\lambda$ se deben introducir en grados:

$$c = a'_{01}\ \ \Delta\lambda + a'_{11}\Delta\varphi\ \ \Delta\lambda + a'_{21}\Delta\varphi^2\ \ \Delta\lambda + a'_{03}\ \ \Delta\lambda^3 + a'_{31}\Delta\varphi^3\ \ \Delta\lambda + a'_{13}\Delta\varphi\ \ \Delta\lambda^3 + \ldots$$

$$m = 0{,}9999 + a''_{02}\ \ \Delta\lambda^2 + a''_{12}\ \ \Delta\varphi\ \ \Delta\lambda^2 + a''_{22}\ \ \Delta\varphi^2\ \ \Delta\lambda^2 + a''_{04}\ \ \Delta\lambda^4 + \ldots$$

El valor c se obtiene en grados sexagesimales y m se obtiene en partes por millón. El valor de los coeficientes $a_{ij}$ se encuentra en el Cuadro 7.

***Cuadro 7:*** Coeficientes para el cálculo de la convergencia de los meridianos y del factor de escala a partir de coordenadas geográficas.

| COEFICIENTE | VALOR | COEFICIENTE | VALOR |
|---|---|---|---|
| $a'_{01}$ | 0.17364818 | $a''_{12}$ | $-9.21073613E^{-7}$ |
| $a'_{11}$ | 0.01718814 | $a'_{31}$ | $-8.72634364E^{-7}$ |
| $a''_{02}$ | 0.00014868 | $a''_{22}$ | $-4.35978719E^{-8}$ |
| $a'_{21}$ | $2.64481299E^{-5}$ | $a'_{13}$ | $1.58738985E^{-6}$ |
| $a'_{03}$ | $1.74357332E^{-5}$ | $a''_{04}$ | $1.77310832E^{-8}$ |

Aquí se necesita nuevamente la diferencia de latitud que es la latitud del punto considerado menos la latitud del punto de referencia (el cual tiene latitud $\varphi_0$= 10º). Además, se determina una diferencia de longitud, como la longitud del meridiano central menos la longitud del punto de interés ($\Delta\lambda$ = 84º - $\lambda$). Aquí, la longitud $\lambda$ NO debe entrar con signo negativo. Los coeficientes $a_{ij}$ se calculan con las fórmulas a continuación:

$$a'_{01} = \text{seno}(\varphi_0) \qquad a'_{11} = \frac{\cos(\varphi_0)}{\rho} \qquad a''_{02} = \frac{\cos^2(\varphi_0)}{2\ \rho^2}\left(1+\eta_0^2\right)$$

$$a'_{21} = \frac{\text{seno}(\varphi_0)}{2\ \rho^2} \qquad a'_{03} = \frac{\cos^3(\varphi_0)\ t_0}{3\ \rho^2}\left(1+3\ \eta_0^2\right)$$

$$a''_{12} = -\frac{\cos^2(\varphi_0)\ t_0}{\rho^3}\left(1+2\ \eta_0^2\right) \qquad a'_{31} = -\frac{\cos(\varphi_0)}{6\ \rho^3}$$

$$a''_{22} = -\frac{\cos^2(\varphi_0)}{2\ \rho^4}\left(1-t_0^2\right) \qquad a'_{13} = \frac{\cos^3(\varphi_0)}{3\ \rho^3}\left(1-2\ t_0^2\right) \qquad a''_{04} = \frac{\cos^4(\varphi_0)}{24\ \rho^4}\left(5-4\ t_0^2\right)$$

Si se conocen las coordenadas de cuadricula (N, E) de un punto, entonces la convergencia de los meridianos y el factor de escala en ese punto se obtiene con:

$$c = b'_{01}\ E' + b'_{11}\ \Delta N'\ E' + b'_{21}\ \Delta N'^2\ E' + b'_{03}\ E' + b'_{31}\ \Delta N'^3\ E' + b'_{13}\ \Delta N'\ E'^3 + \ldots$$

$$m = 0.9999 + b''_{02}\ E'^2 + b''_{12}\ \Delta N'\ E'^2 + b''_{22}\ \Delta N'^2\ E'^2 + b''_{04}\ E'^4 + \ldots$$

Para el cálculo es necesaria la transformación:

$$\Delta N' = \frac{N}{0{,}999900} - G_{10^\circ} \qquad E' = \frac{E - 500\ 000{,}00}{0{,}999900}$$

El valor de los coeficientes $b_{ij}$ se encuentran en el Cuadro 8.

***Cuadro 8:*** Coeficientes para el cálculo de la convergencia de los meridianos y del factor de escala a partir de coordenadas de cuadrícula.

| COEFICIENTE | VALOR | COEFICIENTE | VALOR |
|---|---|---|---|
| $b'_{01}$ | $1.58381234E^{-6}$ | $b''_{12}$ | $-8.88108677E^{-24}$ |
| $b'_{11}$ | $1.46112959E^{-12}$ | $b'_{31}$ | $1.29285875E^{-26}$ |
| $b''_{02}$ | $1.23687005E^{-14}$ | $b''_{22}$ | 0,00000000 |
| $b'_{21}$ | $3.98807765E^{-20}$ | $b'_{13}$ | $-1.29285875E^{-26}$ |
| $b'_{03}$ | $-1.32935921E^{-20}$ | $b''_{04}$ | $2.51673815E^{-29}$ |

Los coeficientes $b_{ij}$ se calculan con las siguientes fórmulas:

$$b'_{01} = \frac{t_0 \quad \rho}{N_0} \qquad b'_{11} = \frac{\rho}{N_0^2}\left(1 + t_0^2 + \eta_0^2\right) \qquad b''_{02} = \frac{1}{2 \quad N_0^2}\left(1 + \eta_0^2\right)$$

$$b'_{21} = \frac{t_0 \quad \rho}{N_0^3}\left(1 + t_0^2 - \eta_0^2\right) \qquad b'_{03} = -\frac{1}{3} \quad b'_{21} \qquad b''_{12} = -\frac{2 \quad \eta_0^2 \quad t_0}{N_0^3}$$

$$b'_{31} = \frac{\rho}{3 \quad N_0^4}\left(1 + 4 \quad t_0^2 + 3 \quad t_0^4 - \eta_0^2\right) \qquad b''_{22} = 0$$

$$b'_{13} = -b'_{31} \qquad b''_{04} = \frac{1}{24 \quad N_0^4}$$

## 1.7 REDUCCIÓN GEOMÉTRICA DE DISTANCIAS

Cuando se miden distancias por medio de ondas electromagnéticas ($D_o$), utilizando distanciómetros o estaciones totales, y una vez aplicada la corrección por temperatura y presión, el resultado es un arco, comprendido entre la estación y la señal. Sin embargo, en distancias cortas se puede considerar como una recta ($D_1$), tal como se observa en la Figura 5:

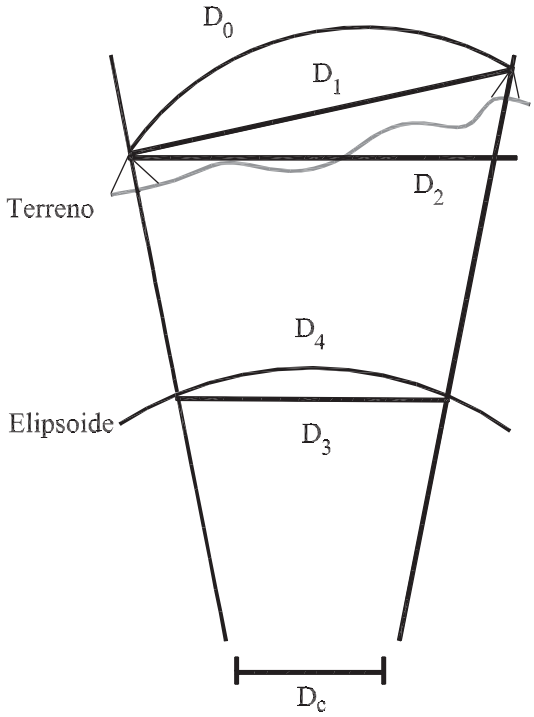


**Figura 5:** Reducción de distancias del terreno a la carta.

Esta distancia inclinada ($D_1$) se transforma en una distancia horizontal ($D_2$) aplicando esta corrección:

$$k_2 = \frac{-\left(H_1 - H_2\right)^2}{2D_1}$$

$$D_2 = D_1 + k_2$$

donde $H_1$ y $H_2$ corresponde a las alturas ortométricas de los puntos 1 y 2 respectivamente y D es la distancia inclinada entre los puntos 1 y 2.

En esta fórmula se debe considerar la altura del instrumento y la altura de la señal.

Si la distancia se mide con una estación total, esta tiene la posibilidad de dar la distancia ya reducida al horizonte. No obstante, este horizonte puede estar a una altura considerable con respecto al nivel medio del mar, por lo que se aplica una nueva corrección para llevar este horizonte al nivel medio del mar, con base en esta fórmula:

$$k_3 = \frac{-(H_1 + H_2)\, D_2}{2R}$$

$$D_3 = D_2 + k_3$$

donde $H_1$ y $H_2$ corresponden a las alturas ortométricas de los puntos 1 y 2 respectivamente.

D es la distancia inclinada entre los puntos 1 y 2, y R corresponde con el radio medio terrestre.

Para llevar la distancia al elipsoide ($D_4$), se aplica la fórmula :

$$k_4 = \frac{D_3^{\,3}}{24R^2}$$

$$D_4 = D_3 + k_4$$

Una vez calculada la distancia sobre el elipsoide de referencia ($D_4$), se multiplica esta por el factor de escala, de forma que se obtendrá la distancia proyectada. En la Figura 6 se observa el comportamiento del factor de escala conforme nos alejamos del meridiano central, el cual se proyecta con un factor de escala de -100 ppm, o sea 0.9999.

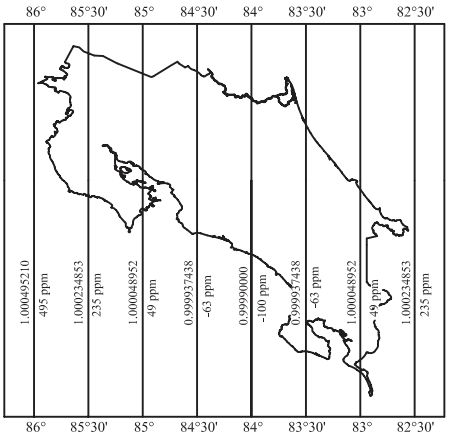


**Figura 6:** Variación de el factor de escala.

## 1.8 RELACIÓN ENTRE ACIMUTES GEODÉSICO, PROYECTADO Y DE CUADRÍCULA

Como se observa en la Figura 7, entre los puntos P1 y P2 puede haber tres tipos de acimutes, que son:
α: acimut elipsoídico o geodésico: ángulo entre el norte geodésico, en dirección del meridiano de P1, y la línea geodésica de P1 a P2.
*T*: acimut elipsoídico proyectado: ángulo entre el norte de cuadrícula y la línea geodésica de P1 a P2.
t: acimut de cuadrícula: ángulo entre el norte de cuadrícula y la línea geodésica proyectada al plano cartográfico.

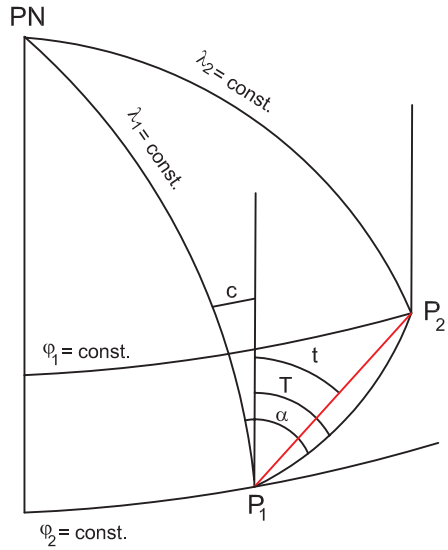


**Figura 7:** Relación entre acimutes geodésico (α), proyectado (*T*) y de cuadrícula (t).

En las siguientes fórmulas se presentan las relaciones entre los tres tipos de acimut citados en la página anterior:

$$T = \alpha - c$$

$$(T_1 - t_1)'' = \frac{(E_1 - FE)}{2} \frac{\rho}{R_1^2}\left(1 - \frac{(E_1 - FE)^2}{3R_1^2}\right)(N_2 - N_1) + \frac{\rho}{6R_1^2}\left(1 - \frac{3(E_1 - FE)^2}{2R_1^2}\right)(E_2 - E_1)(N_2 - N_1)$$

$$\rho = \frac{180^o}{\pi} \times 3600 \qquad R_1 = \sqrt{M_1 N_1}$$

$$t = \arctan\left(\frac{E_2 - E_1}{N_2 - N_1}\right) \qquad FE = 500\,000{,}00 \text{ m}$$

$M_1$ y $N_1$ son los radios meridiano y normal, respectivamente, sobre el elipsoide correspondiente a la estación P1.
c= convergencia de los meridianos
R = radio gaussiano
FE= falso este
$N_1$ y $N_2$= coordenada norte del punto 1 y 2, respectivamente, en el sistema de coordenadas planas
$E_1$ y $E_2$= coordenada este del punto 1 y 2, respectivamente, en el sistema de coordenadas planas

## 1.9 COORDENADAS DE LA RED GEODÉSICA DE PRIMER ORDEN

En los Cuadros 9 y 10 se ofrecen las coordenadas de la red de primer orden tanto geodésicas (latitud, longitud y altura) como coordenadas de cuadrícula en la proyección CRTM05 (este, norte), además de la altura ortométrica. Se indica, además, la desviación estándar para cada coordenada.

***Cuadro 9:*** Coordenadas elipsoídicas de la red de primer orden

| NOMBRE | LATITUD NORTE | | | $S_{LAT}$ | LONGITUD OESTE | | | $S_{LON}$ | ALTURA ELIPSOÍDICA | $S_{ALT}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ° | ' | " | [mm] | ° | ' | " | [mm] | [m] | [mm] |
| ALEGRE | 9 | 0 | 47.994170 | 3.0 | 83 | 7 | 56.081220 | 4.0 | 334.342 | 22.0 |
| BELLA | 9 | 49 | 53.857990 | 4.0 | 84 | 17 | 13.128120 | 5.0 | 802.293 | 29.0 |
| BLANCA | 9 | 36 | 29.408650 | 6.0 | 85 | 8 | 44.010900 | 7.0 | 13.678 | 52.0 |
| BUVIS | 9 | 33 | 14.613640 | 3.0 | 83 | 45 | 23.695580 | 4.0 | 3509.109 | 23.0 |
| CHILES | 11 | 1 | 56.321310 | 7.0 | 84 | 42 | 40.941000 | 9.0 | 49.813 | 44.0 |
| COLES | 9 | 44 | 44.929040 | 5.0 | 84 | 37 | 35.358800 | 5.0 | 139.226 | 38.0 |
| CRUCITAS | 10 | 52 | 36.058200 | 7.0 | 84 | 19 | 44.643360 | 9.0 | 83.464 | 41.0 |
| CUCARACHA | 10 | 37 | 36.660750 | 7.0 | 84 | 46 | 59.178590 | 9.0 | 198.842 | 42.0 |
| DOMINICAL2 | 9 | 17 | 58.116500 | 3.0 | 83 | 52 | 2.023540 | 3.0 | 352.031 | 16.0 |
| ETCG | 9 | 59 | 58.135920 | 0.0 | 84 | 6 | 21.229800 | 0.0 | 1193.691 | 0.0 |
| GARZA | 9 | 54 | 39.125060 | 9.0 | 85 | 38 | 35.419600 | 11.0 | 14.136 | 84.0 |
| GIGANTA | 10 | 40 | 41.444970 | 7.0 | 85 | 8 | 41.042810 | 9.0 | 669.980 | 45.0 |
| GRANDE | 10 | 34 | 16.796950 | 9.0 | 85 | 38 | 42.143860 | 12.0 | 168.933 | 75.0 |
| GUÁCIMO | 10 | 11 | 56.818930 | 5.0 | 83 | 40 | 0.351330 | 6.0 | 118.805 | 34.0 |
| IRAZU | 9 | 58 | 36.182060 | 4.0 | 83 | 51 | 11.296590 | 5.0 | 3442.087 | 31.0 |
| JUDAS3 | 9 | 31 | 43.170530 | 4.0 | 84 | 30 | 21.207890 | 4.0 | 63.251 | 31.0 |
| LA CRUZ | 11 | 3 | 15.370430 | 13.0 | 85 | 38 | 1.190080 | 22.0 | 267.246 | 85.0 |
| LAUREL | 8 | 26 | 20.291190 | 3.0 | 82 | 54 | 17.522970 | 4.0 | 30.893 | 23.0 |
| LIMÓN1 | 9 | 57 | 43.851370 | 0.0 | 83 | 1 | 34.533170 | 0.0 | 12.964 | 0.0 |
| LUCIA | 10 | 13 | 45.229630 | 0.0 | 85 | 11 | 23.883700 | 0.0 | 122.501 | 0.0 |
| LUIS2 | 8 | 50 | 25.765110 | 3.0 | 82 | 52 | 52.544070 | 3.0 | 1036.284 | 24.0 |
| MAÍZ | 9 | 2 | 59.367520 | 4.0 | 83 | 27 | 27.579910 | 5.0 | 327.577 | 32.0 |
| MANZANILLO2 | 9 | 38 | 2.598580 | 4.0 | 82 | 39 | 21.694380 | 4.0 | 12.023 | 25.0 |
| MONTEVERDE | 10 | 17 | 53.097160 | 5.0 | 84 | 49 | 0.065350 | 6.0 | 1358.428 | 43.0 |
| MORAVIA | 9 | 49 | 36.563560 | 4.0 | 83 | 26 | 26.988540 | 4.0 | 1141.847 | 26.0 |
| NEGRO | 10 | 27 | 39.732930 | 6.0 | 83 | 51 | 9.192000 | 7.0 | 145.157 | 35.0 |
| PARISMINA | 10 | 18 | 19.821400 | 6.0 | 83 | 20 | 55.229910 | 7.0 | 12.245 | 37.0 |
| SIRENA | 8 | 28 | 49.307540 | 0.0 | 83 | 35 | 22.397350 | 0.0 | 24.986 | 0.0 |
| SURETKA | 9 | 34 | 20.808770 | 3.0 | 82 | 56 | 20.197500 | 3.0 | 69.023 | 17.0 |
| TAMARINDO2 | 10 | 18 | 17.153470 | 11.0 | 85 | 48 | 14.249740 | 16.0 | 36.571 | 80.0 |
| TERECITA | 10 | 46 | 23.886790 | 7.0 | 83 | 35 | 13.240430 | 10.0 | 10.587 | 48.0 |
| UJARRAS | 10 | 16 | 18.239250 | 5.0 | 84 | 10 | 56.622050 | 6.0 | 851.479 | 40.0 |
| VERACRUZ | 10 | 30 | 52.598390 | 6.0 | 84 | 14 | 42.875780 | 7.0 | 102.824 | 38.0 |
| VICTORIA | 10 | 59 | 50.406890 | 0.0 | 85 | 7 | 0.967880 | 0.0 | 47.150 | 0.0 |

***Cuadro 10:*** Coordenadas de cuadrícula de la red de primer orden

| NOMBRE | NORTE CRTM05 [m] | $S_N$ [mm] | ESTE CRTM05 [m] | $S_E$ [mm] | ALTURA ORTOMÉTRICA [m] | $S_H$ [mm] |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ALEGRE | 996738.305 | 3.0 | 595407.057 | 4.0 | 320.737 | 25.2 |
| BELLA | 1087136.327 | 4.0 | 468522.652 | 5.0 | 789.477 | 18.7 |
| BLANCA | 1062619.370 | 6.0 | 374258.747 | 7.0 | 3.649 | 24.8 |
| BUVIS | 1056434.752 | 3.0 | 526721.172 | 4.0 | 3492.378 | 25.4 |
| CHILES | 1220010.487 | 7.0 | 422270.227 | 9.0 | 40.790 | 25.3 |
| COLES | 1077695.898 | 5.0 | 431265.057 | 5.0 | 128.877 | 21.1 |
| CRUCITAS | 1202724.593 | 7.0 | 464025.553 | 9.0 | 74.039 | 26.8 |
| CUCARACHA | 1175181.131 | 7.0 | 414316.576 | 9.0 | 189.128 | 21.0 |
| DOMINICAL2 | 1028273.012 | 3.0 | 514585.605 | 3.0 | 339.663 | 26.1 |
| ETCG | 1105688.844 | 0.0 | 488390.638 | 0.0 | 1180.119 | 12.2 |
| GARZA | 1096331.434 | 9.0 | 319789.398 | 11.0 | 3.782 | 30.8 |
| GIGANTA | 1180982.019 | 7.0 | 374765.771 | 9.0 | 660.147 | 21.4 |
| GRANDE | 1169407.112 | 9.0 | 319957.613 | 12.0 | 159.460 | 28.8 |
| GUÁCIMO | 1127784.794 | 5.0 | 536509.835 | 6.0 | 107.483 | 20.7 |
| IRAZU | 1103172.828 | 4.0 | 516101.414 | 5.0 | 3427.192 | 21.8 |
| JUDAS3 | 1053656.744 | 4.0 | 444461.225 | 4.0 | 53.159 | 22.4 |
| LA CRUZ | 1222834.855 | 13.0 | 321488.890 | 22.0 | 259.436 | 15.4 |
| LAUREL | 933276.273 | 3.0 | 620593.355 | 4.0 | 18.500 | 23.8 |
| LIMÓN1 | 1101718.552 | 0.0 | 606766.830 | 0.0 | 2.745 | 22.3 |
| LUCIA | 1131337.003 | 0.0 | 369629.374 | 0.0 | 111.918 | 21.9 |
| LUIS2 | 977695.249 | 3.0 | 623062.741 | 3.0 | 1022.222 | 26.1 |
| MAÍZ | 1000705.235 | 4.0 | 559621.193 | 5.0 | 315.065 | 27.0 |
| MANZANILLO2 | 1065561.971 | 4.0 | 647512.416 | 4.0 | 1.983 | 20.1 |
| MONTEVERDE | 1138825.466 | 5.0 | 410548.098 | 6.0 | 1347.086 | 20.0 |
| MORAVIA | 1086642.646 | 4.0 | 561333.999 | 4.0 | 1127.366 | 22.1 |
| NEGRO | 1156737.898 | 6.0 | 516141.053 | 7.0 | 134.968 | 16.5 |
| PARISMINA | 1139605.051 | 6.0 | 571337.462 | 7.0 | 2.627 | 25.3 |
| SIRENA | 937708.579 | 0.0 | 545190.132 | 0.0 | 14.205 | 25.2 |
| SURETKA | 1058638.246 | 3.0 | 616477.072 | 3.0 | 57.184 | 21.0 |
| TAMARINDO2 | 1140007.167 | 11.0 | 302391.237 | 16.0 | 26.664 | 21.3 |
| TERECITA | 1191301.346 | 7.0 | 545164.520 | 10.0 | 1.784 | 20.4 |
| UJARRAS | 1135802.953 | 5.0 | 480021.131 | 6.0 | 839.404 | 18.3 |
| VERACRUZ | 1162669.867 | 6.0 | 473157.675 | 7.0 | 92.691 | 20.3 |
| VICTORIA | 1216276.626 | 0.0 | 377936.739 | 0.0 | 38.570 | 26.1 |

# 2. TRANSFORMACIONES DE COORDENADAS

En Costa Rica, desde la década de los cincuentas, se ha tenido como sistema oficial de coordenadas el sistema cartográfico basado en una proyección cónica, conforme de Lambert en la modalidad de cono secante. Se dividió el país en dos zonas, lo que dio origen al sistema Lambert Costa Rica Norte y Lambert Costa Rica Sur.

Este sistema tenía como datum el de Ocotepeque y como elipsoide de referencia el de Clark 1866. Sin embargo, dadas las limitaciones existentes al momento de la definición del citado sistema y el advenimiento de las técnicas satelitales de posicionamiento vinculados a sistemas de referencia mundial, se estableció en Costa Rica la actual proyección cartográfica denominada CRTM05, la cual se basa en una proyección Gauss- Krüger y toma como elipsoide de referencia el WGS-84.

Este cambio implica que se debe transformar toda la información topográfica, geodésica y cartográfica y catastral al nuevo sistema. Dicha situación obliga a las instituciones encargadas del catastro nacional, la cartografía y la red geodésica a darles a los usuarios las metodologías para transformar su información al sistema CRTM05.

El objetivo de este apartado es brindar a los usuarios dos metodologías para efectuar esta transformación, cada una con sus ventajas y limitaciones, sin entrar en detalle del fundamento teórico utilizado para obtener los coeficientes de transformación.

Queda a criterio de cada usuario la transformación que desea utilizar, de manera que esta le permita cumplir el objetivo que el interesado busca.

Las dos metodologías por recomendar son: la transformación de Molodensky de tres parámetros, enfocada para usuarios de sistemas de información geográfica (SIG), y la transformación del sistema Lambert al sistema CRTM05, basada en una transformación polinómica de tercer grado y una transformación de Helmert 2D, enfocada en la realización de transformaciones puntales. Estos dos tipos de aplicaciones no son exclusivas ya que un usuario SIG puede programar, con base en los parámetros y las fórmulas dadas en este manual, una transformación polinómica y aplicarla en su software.

Asimismo, se darán los coeficientes para utilizar una transformación de siete parámetros de Helmert, haciendo la observación de que para aplicarla, se requiere conocer la altura elipsoidal.

Esto quiere decir que podrá aplicar las diferentes metodologías dependiendo de las capacidades del software que dispone cada usuario o las facilidades que este tenga para programar estas metodologías y considerando que debe de contar con los insumos necesarios para efectuar el cálculo.

En la Figura 8 se esquematizan las posibles transformaciones que se pueden efectuar entre el sistema *"viejo"* (proyección Lambert con datum Ocotepeque) y el sistema *"nuevo"* (proyección CTRM05, datum WGS-84).

De esta figura se deduce que las transformación se puede efectuar de varias formas: entre planos cartográficos (por ejemplo, de CRTM05 a Lambert Norte), de una superficie a otra (por ejemplo del elipsoide Clark 1866 al plano Lambert) o entre planos cartográficos considerando primero los diferentes elipsoides de referencia (por ejemplo, de Lambert a CRTM05, pasando primero por el elipsoide Clark 1866 y efectuando una transformación de datum para pasar al elipsoide WGS-84 y, posteriormente, de este a CRTM05).

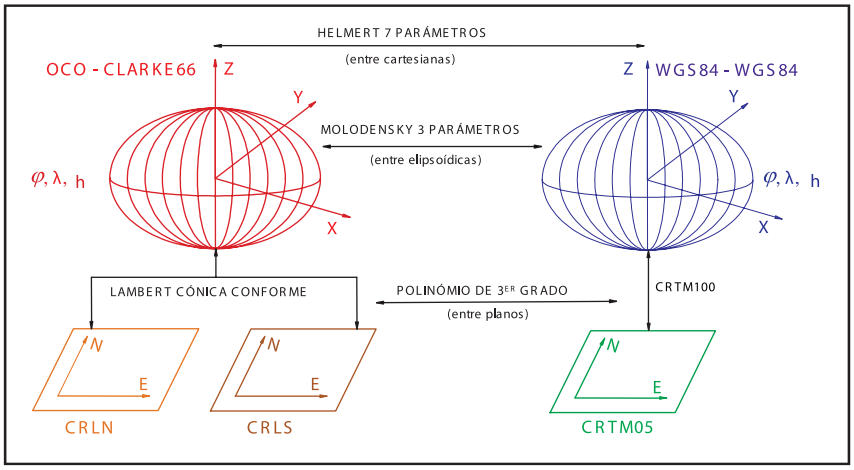


**Figura 8:** Posibles transformaciones entre el sistema ""viejo" y el sistema "nuevo".

## 2.1 TRANSFORMACIÓN DE MOLODENSKY DE TRES PARÁMETROS

La transformación de Molodensky presenta la ventaja de que esta se hace directamente entre los elipsoides, de manera que no hay que calcular las coordenadas cartesianas tridimensionales a partir de las coordenadas elipsoídicas.

Se basa en una transformación semejante de siete parámetros, pero el modelo se simplifica al considerar que los giros son muy pequeños. Entonces, se pueden considerar como nulos (o sea que los ejes de los elipsoides son paralelos) y que el factor de escala tiende a la unidad, así que se puede omitir.

Tomando las anteriores consideraciones, se llega a una transformación de datum que contempla únicamente las tres traslaciones existentes entre los orígenes de ambos sistemas (centros de los elipsoides). Sin embargo, lo que no se puede omitir es que los elipsoides tienen diferente tamaño y forma. Esto se soluciona al considerar la diferencia entre los semiejes mayores y las diferencias en los achatamientos geométricos, respectivamente.

Con la finalidad efectuar la transformación, se requiere conocer las coordenadas elipsoídicas ($\varphi_A$, $\lambda_A$, $h_A$) del punto de interés, referidas al elipsoide A, de modo que estas se calculen para el punto considerado, referidas al elipsoide B ($\varphi_B$, $\lambda_B$, $h_B$). La formulación matemática de la transformación se Molodensky se da a continuación:

$$b = a(1 - f)$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

$$\Delta a = a_B - a_A$$

$$\Delta f = f_B - f_A$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2(\varphi_A)}}$$

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2(\varphi_A))^3}}$$

$$\Delta\varphi = \frac{1}{(M + h)\operatorname{sen}(1'')}\left(\begin{array}{l} -\Delta X \operatorname{sen}(\varphi_A)\cos(\lambda_A) - \Delta Y \operatorname{sen}(\varphi_A)\operatorname{sen}(\lambda_A) + \Delta Z \cos(\varphi_A) + \\ \frac{\Delta a}{a}\left(N \cdot e^2 \operatorname{sen}(\varphi_A)\cos(\varphi_A)\right) + \Delta f\left(M\frac{a}{b} + N\frac{b}{a}\right)\operatorname{sen}(\varphi_A)\cos(\varphi_A) \end{array}\right)$$

$$\Delta\lambda = \frac{\left(-\Delta X \operatorname{sen}(\lambda_A) + \Delta Y \cos(\lambda_A)\right)}{(N + h)\cos(\varphi_A)\operatorname{sen}(1'')}$$

$$\Delta h = \Delta X \cos(\varphi_A)\cos(\lambda_A) + \Delta Y \cos(\varphi_A)\operatorname{sen}(\lambda_A) + \Delta Z \operatorname{sen}(\varphi_A) - \Delta a\frac{a}{N} + \Delta f\frac{b}{a} N \operatorname{sen}^2(\varphi_A)$$

Las coordenadas en el elipsoide B se obtienen así:

$$\varphi_B = \varphi_A + \Delta\varphi$$
$$\lambda_B = \lambda_A + \Delta\lambda$$
$$h_B = h_A + \Delta h$$

donde:

a, b= semieje mayor y semieje menor del elipsoide de referencia, respectivamente

*f*= achatamiento geométrico del elipsoide

$\varphi_A$, $\lambda_A$, $h_A$= coordenadas elipsoídicas referidas al elipsoide A

$\varphi_B$, $\lambda_B$, $h_B$= coordenadas elipsoídicas referidas al elipsoide B

$\Delta X$, $\Delta Y$, $\Delta Z$= traslaciones en X, Y, Z entre los elipsoides, respectivamente

$\Delta a$, $\Delta f$= diferencias de semiejes mayores y achatamientos geométricos entre los elipsoides

*N*= radio de curvatura en el primer vertical del punto con latitud $\varphi$ en el sistema A

*M*= radio de curvatura meridional del punto con latitud $\varphi$ en el sistema A

En el Cuadro 11 se indican los valores de los parámetros para la transformación:

***Cuadro 11:*** Parámetros para la transformación de Molodensky

| Parámetro | Valor |
|---|---|
| $\Delta X$ | 213.11 m |
| $\Delta Y$ | 9.37 m |
| $\Delta Z$ | -74.95 m |
| $\Delta a$ | -69.4 m |
| $\Delta f$ | $-3.72646393410371^{-5}$ |

Estos valores se deben utilizar para transformar coordenadas del elipsoide Clark 1866 al elipsoide WGS-84. En caso de que se haga la transformación inversa, se debe cambiar el signo a los parámetros citados en el cuadro anterior.

Se aclara que al efectuar una transformación de *"IDA"* y luego de *"VUELTA"*, se presentaran diferencias de nivel centrimétrico.

Si se desea transformar coordenadas planas de un sistema A a otro B, la metolodología por aplicar es la siguiente:

1. Problema cartográfico inverso para pasar de coordenadas planas a elipsoídicas en el sistema A
2. Transformación de Molodensky para pasar de coordenadas elipsoídicas en el sistema A a coordenadas elipsoídicas en el sistema B
3. Problema cartográfico directo para pasar de coordenadas elipsoídicas a coordenadas planas en el sistema B

Esta metodología es valida para ser aplicada de forma inversa (del sistema B al sistema A).

## 2.2 TRANSFORMACIÓN ENTRE PLANOS CARTOGRÁFICOS

Esta metodología es más directa, ya que permite la transformación de coordenadas entre planos cartográficos sin tener en consideración las diferencias de elipsoide y de datum que puedan existir.

Para el caso de Costa Rica, y como se citó en la introducción de este tema, en el sistema Lambert hay dos sistemas: el sistema Lambert Norte y el sistema Lambert Sur, por lo que se generan las siguientes combinaciones para pasar al sistema CRTM05 y viceversa:

1. De Lambert Costa Rica Norte a CRTM05
2. De Lambert Costa Rica Sur a CRTM05
3. De CRTM05 a Lambert Costa Rica Norte
4. De CRTM05 a Lambert Costa Rica Sur

Este tipo de transformación requiere la determinación previa de parámetros de transformación a partir de las coordenadas de puntos idénticos en ambos sistemas. Pero debido al diseño de la nueva red geodésica, no se pudo determinar una transformación directa del sistema Lambert al sistema CRTM05. La transformación del sistema Lambert Norte o Lambert Sur a CRTM05 se puede representar de la siguiente manera:

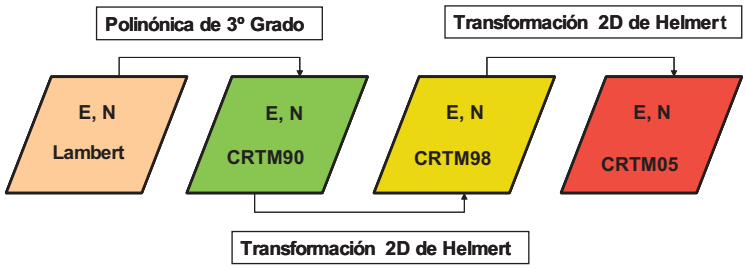


**Figura 9:** Transformación del sistema Lambert al sistema CRTM05.

En otras palabras, para transformar coordenadas Lambert a CRTM05, se debe aplicar primero el polinomio de tercer grado para pasar al sistema CRTM90. Luego de este se pasa al sistema CRTM98, con base a una transformación 2D de Helmert y, finalmente, aplicando la misma metodología se pasa al sistema CRTM 05

La siguiente nomenclatura es valida para las transformaciones:

$N_{LN}$= coordenada norte en el sistema Lambert Costa Rica Norte
$E_{LN}$= coordenada este en el sistema Lambert Costa Rica Norte

$N_{LS}$= coordenada norte en el sistema Lambert Costa Rica Sur
$E_{LS}$= coordenada este en el sistema Lambert Costa Rica Sur

$N_{CR90}$= coordenada norte en el sistema Costa Rica Transversal Mercator del 90
$E_{CR90}$= coordenada este en el sistema Costa Rica Transversal Mercator del 90

$N_{CR98}$= coordenada norte en el sistema Costa Rica Transversal Mercator del 98
$E_{CR98}$= coordenada este en el sistema Costa Rica Transversal Mercator del 98

$N_{CR05}$= coordenada norte en el sistema Costa Rica Transversal Mercator del 05
$E_{CR05}$= coordenada este en el sistema Costa Rica Transversal Mercator del 05

$F_N$= falso norte
$F_E$= falso este

Los coeficientes y las formulas de transformación para pasar de Lambert Norte a CRTM 05 son estas:

$$a_{00} = 1156874.11$$
$$a_{10} = 99964.18$$
$$a_{01} = -105.22$$
$$a_{20} = -0.01$$
$$a_{11} = -8.97$$
$$a_{30} = -4.15$$
$$a_{21} = 0.03$$
$$a_{12} = 12.37$$
$$a_{03} = 0$$

$$b_{00} = 463736.66$$
$$b_{10} = 105.19$$
$$b_{01} = 99964.19$$
$$b_{20} = 4.49$$
$$b_{02} = -4.49$$
$$b_{21} = -12.39$$
$$b_{12} = 0.03$$
$$b_{03} = 4.12$$

$$m_0 = -7.75237044$$
$$n_0 = -3.525688428$$
$$m_1 = 1.00000086635$$
$$n_1 = -0.00000000018$$

$$e_0 = -0.179913184$$
$$f_0 = -149.644487588$$
$$e_1 = 1.00030018487$$
$$f_1 = -0.00000034731$$

$$n = (N_{LN} - FN) * 0.00001$$
$$e = (E_{LN} - FE) * 0.00001$$
$$N_{CR\,90} = a_{00} + a_{10}n + a_{01}e + a_{20}n^2 + a_{11}ne + a_{30}n^3 + a_{21}n^2e + a_{12}ne^2 + a_{03}e^3$$
$$E_{CR\,90} = b_{00} + b_{10}n + b_{01}e + b_{20}n^2 + b_{02}e^2 + b_{21}n^2e + b_{12}ne^2 + b_{03}e^3$$
$$N_{CR\,98} = [m_0 + m_1 N_{CR\,90} - n_1 E_{CR\,90}]$$
$$E_{CR\,98} = [n_0 + m_1 E_{CR\,90} + n_1 N_{CR\,90}]$$
$$N_{CR\,05} = [e_0 + e_1 N_{CR\,98} - f_1 E_{CR\,98}]$$
$$E_{CR\,05} = [f_0 + e_1 E_{CR\,98} + f_1 N_{CR\,98}]$$

Donde FN = 271 820.52 m y FE = 500 000.00 m

Los coeficientes y las fórmulas de transformación para pasar de Lambert Sur a CRTM05 son:

$$c_{00} = 994727.07$$
$$c_{10} = 99964.19$$
$$c_{01} = 91.33$$
$$c_{20} = 0$$
$$c_{11} = 9.12$$
$$c_{30} = -4.12$$
$$c_{21} = -0.03$$
$$c_{12} = 12.37$$
$$c_{03} = 0.01$$

$$d_{00} = 536853.82$$
$$d_{10} = -91.32$$
$$d_{01} = 99964.21$$
$$d_{20} = -4.56$$
$$d_{02} = 4.56$$
$$d_{21} = -12.36$$
$$d_{12} = -0.03$$
$$d_{03} = 4.12$$

$$m_0 = -7.75237044$$
$$n_0 = -3.525688428$$
$$m_1 = 1.00000086635$$
$$n_1 = -0.00000000018$$

$$e_0 = -0.179913184$$
$$f_0 = -149.644487588$$
$$e_1 = 1.00030018487$$
$$f_1 = -0.00000034731$$

$$n = (N_{LS} - FN) * 0.00001$$
$$e = (E_{LS} - FE * 0.00001$$
$$N_{CR\,90} = c_{00} + c_{10}n + c_{01}e + c_{20}n^2 + c_{11}ne + c_{30}n^3 + c_{21}n^2e + c_{12}ne^2 + c_{03}e^3$$
$$E_{CR\,90} = d_{00} + d_{10}n + d_{01}e + d_{20}n^2 + d_{02}e^2 + d_{21}n^2e + d_{12}ne^2 + d_{03}e^3$$
$$N_{CR\,98} = [m_0 + m_1 N_{CR\,90} - n_1 E_{CR\,90}]$$
$$E_{CR\,98} = [n_0 + m_1 E_{CR\,90} + n_1 N_{CR\,90}]$$
$$N_{CR\,05} = [e_0 + e_1 N_{CR\,98} - f_1 E_{CR\,98}]$$
$$E_{CR\,05} = [f_0 + e_1 E_{CR\,98} + f_1 N_{CR\,98}]$$

Donde FN = 327 987.44 m y FE = 500 000.00 m

La transformación del sistema CRTM05 a Lambert Norte o Lambert Sur se puede representar de este modo:

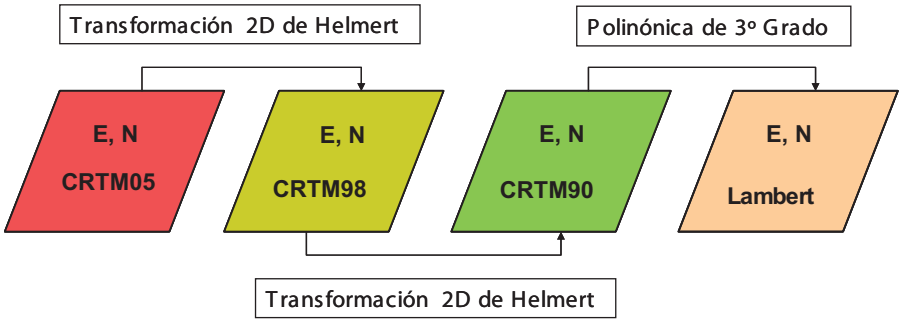


**Figura 10:** Transformación del sistema CRTM05 al sistema Lambert.

O sea que, para transformar coordenadas CRTM05 a Lambert, se debe aplicar primero una transformación 2D de Helmert para llegar a CRTM98. Aplicando la misma metodología, se pasa al sistema CRTM90 y con el polinomio de tercer grado se pasa de CRTM90 al sistema Lambert.

Si se desea transformar del sistema CRTM05 al sistema Lambert Norte, las formulas y los coeficientes se muestran a continuación:

$$r_{00} = 271820.52$$
$$r_{10} = 100035.73$$
$$r_{01} = 105.26$$
$$r_{20} = -0.03$$
$$r_{11} = 8.97$$
$$r_{02} = 0.02$$
$$r_{30} = 4.13$$
$$r_{12} = -12.38$$

$$s_{00} = 500000$$
$$s_{10} = -105.25$$
$$s_{01} = 100035.72$$
$$s_{20} = -4.48$$
$$s_{11} = -0.06$$
$$s_{02} = 4.49$$
$$s_{21} = 12.37$$
$$s_{03} = -4.13$$

$$e_0 = 0.179913184$$
$$f_0 = 149.644487588$$
$$e_1 = 0.99969990521$$
$$f_1 = 0.00000034731$$

$$m_0 = 7.75237044$$
$$n_0 = 3.525688428$$
$$m_1 = 0.99999913361$$
$$n_1 = 0.00000000018$$

$$N_{CR98} = [e_0 + e_1 N_{CR05} - f_1 E_{CR05}]$$
$$E_{CR\,98} = [f_0 + e_1 E_{CR\,05} + f_1 N_{CR\,05}]$$
$$N_{CR90} = [m_0 + m_1 N_{CR98} - n_1 E_{CR98}]$$
$$E_{CR90} = [n_0 + m_1 E_{CR98} + n_1 N_{CR98}]$$
$$n = (N_{CR\,90} - N_0) * 0.00001$$
$$e = (E_{CR\,90} - E_0) * 0.00001$$
$$N_{LN} = r_{00} + r_{10}n + r_{01}e + r_{20}n^2 + r_{11}ne + r_{02}e^2 + r_{30}n^3 + r_{12}ne^2$$
$$E_{LN} = s_{00} + s_{10}n + s_{01}e + s_{20}n^2 + s_{11}ne + s_{02}e^2 + s_{21}n^2e + s_{03}e^3$$

donde $N_0$ = 1156874.11 m y $E_0$ = 463736.66 m

Si se desea transformar del sistema CRTM05 al sistema Lambert Sur, las fórmulas y los coeficientes se detallan a continuación:

$$e_0 = 0.179913184$$
$$f_0 = 149.644487588$$
$$e_1 = 0.99969990521$$
$$f_1 = 0.00000034731$$

$$m_0 = 7.75237044$$
$$n_0 = 3.525688428$$
$$m_1 = 0.99999913361$$
$$n_1 = 0.00000000018$$

$$t_{00} = 327987.44$$
$$t_{10} = 100035.74$$
$$t_{01} = -91.39$$
$$t_{20} = -0.01$$
$$t_{11} = -9.13$$
$$t_{21} = -0.02$$
$$t_{30} = 4.12$$
$$t_{12} = -12.38$$

$$u_{00} = 500000$$
$$u_{10} = 91.38$$
$$u_{01} = 100035.72$$
$$u_{20} = 4.57$$
$$u_{11} = -0.04$$
$$u_{02} = -4.57$$
$$u_{21} = 12.39$$
$$u_{03} = -4.13$$

$$N_{CR98} = \left[e_0 + e_1 N_{CR\,05} - f_1 E_{CR\,05}\right]$$
$$E_{CR98} = \left[f_0 + e_1 E_{CR\,05} + f_1 N_{CR\,05}\right]$$
$$N_{CR90} = \left[m_0 + m_1 N_{CR\,98} - n_1 E_{CR\,98}\right]$$
$$E_{CR90} = \left[n_0 + m_1 E_{CR\,98} + n_1 N_{CR\,98}\right]$$
$$n = (N_{CR\,90} - N_0) * 0.00001$$
$$e \quad (E_{CR\,90} - E_0) * 0.00001$$
$$N \quad = t_{00} + t_{10} n + t_{01} e + t_{20} n^2 + t_{11} ne + t_{30} n^3 + t_{21} n^2 e + t_{12} ne^2$$
$$E \quad = u_{00} + u_{10} n + u_{01} e + u_{20} n^2 + u_{11} ne + u_{02} e^2 + u_{21} n^2 e + u_{03} e^3$$

donde $N_0$ = 994727.07 m y $E_0$ = 536853.82 m

## 2.3 TRANSFORMACIÓN DE HELMERT DE SIETE PARÁMETROS

Otra metodología de transformación que se propone es la que aplica una transformación de siete parámetros de Helmert. En el caso de Costa Rica, se sabe que el sistema Lambert tiene como elipsoide de referencia el Clark 1866 y el nuevo sistema CRTM05 tiene como elipsoide de referencia el WGS-84. Esto implica que las consideraciones que tomamos en cuenta para formular la transformación de Molodensky no son del todo validas, ya que los elipsoides de ambos sistemas son diferentes. Por lo tanto,existen giros entre los ejes de estos y el factor de escala será diferente a la unidad.

Empero, aunque la ventaja de esta transformación es que considera las rotaciones entre los ejes y el posible factor de escala, tiene el gran inconveniente que se requiere conocer la altura elipsoidal. Para transformar del sistema CRTM05 al sistema Lambert esto no es problema, ya que el sistema GPS tiene como elipsoide de referencia el WGS-84, el mismo que la proyección CRTM05. Pero, es más complicado determinar la altura elipsoidal referida al elipsoide Clark 1866.

Entonces, esta transformación se podrá utilizar, siempre que se conozca la altura elipsoidal del punto por transformar.

Los parámetros de transformación se indican en la siguiente tabla y son el resultado del proyecto de investigación *"Estudio comparativo del Datum Geodésico de Ocotepeque y el Datum Satelitario WGS84"*, realizado por la Escuela de Topografía, Catastro y Geodesia de la Universidad Nacional (UNA).

***Cuadro 12:*** Parámetros para la transformación espacial de Helmert

| Parámetro | Nomenclatura | X | $s_x$ |
|---|---|---|---|
| Traslación en X | Δx | -213.116 | 0.428 |
| Traslación en Y | Δy | -9.358 | 0.428 |
| Traslación en Z | Δz | 74.946 | 0.428 |
| Factor de Escala | s | 5.22E-06 | 3.4E-06 |
| Rotación en el eje X | Rx | -1.14E-05 | 7.8E-06 |
| Rotación en el eje Y | Ry | 2.98E-07 | 3.4E-06 |
| Rotación en el eje Z | Rz | -3.10E-05 | 5.4E-06 |

Estos parámetros son los que se deben utilizar para trabajar con el modelo de Molodensky-Badekas, el cual considera además las coordenadas del baricentro $X_o$, $Y_o$, $Z_o$.

El modelo matricial es el siguiente:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{pmatrix} + (1+s) \begin{pmatrix} 1 & -R_Z & R_Y \\ R_Z & 1 & -R_X \\ -R_Y & R_X & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_A - X_0 \\ Y_A - Y_0 \\ Z_A - Z_0 \end{pmatrix}$$

Las coordenadas del baricentro son:

$X_o$ = 617749.7118 m
$Y_o$ = -6250547.7336 m
$Z_o$ = 1102063.6099 m

Si se desea transformar coordenadas planas del sistema A a coordenadas planas en el sistema B, la metodología es esta:

1. De coordenadas planas en el sistema A a coordenadas elipsoídicas en el elipsoide A
2. De coordenadas elipsoídicas a coordenadas cartesianas tridimensionales en el elipsoide A

Los parámetros están con los signos para pasar del sistema WGS84 al Clark1866-Ocotepeque, las traslaciones y sus desviaciones estándar están en metros; el factor de escala y su desviación estándar está en partes por millón y las rotaciones sus desviaciones estándar en radianes. En caso de llevar los datos de Clark1866-Ocotepeque a WGS84, se deben de invertir los signos de los siete parámetros. Las coordenadas del baricentro se mantienen.

Las coordenadas X, Y, Z se calculan de la siguiente forma:

$$X = (N+h)\cos(\varphi)\cos(\lambda)$$
$$Y = (N+h)\cos(\varphi)\mathrm{sen}(\lambda)$$
$$Z = \left(\frac{b^2}{a^2}N + h\right)\mathrm{sen}(\varphi)$$

Si se desea transformar de coordenadas X, Y, Z a coordenadas geodésicas, la metodología es la siguiente:

Calculo directo de la longitud:

$$\lambda = \tan^{-1}\left(\frac{Y}{X}\right)$$

Este es el cálculo iterativo de la latitud y la altura elipsoidica:

i $p = \sqrt{X^2 + Y^2}$

ii. $\tan(\varphi_o) = \frac{Z}{p}\left(1 - e^2\right)^{-1}$

iii. $N_o = \frac{a^2}{\sqrt{a^2\cos^2\varphi_o + b^2\mathrm{sen}^2\varphi_o}}$

iv. $h = \frac{p}{\cos(\varphi_o)} - N$

v. $\tan(\varphi_o) = \frac{Z}{p}\left(1 - e^2\left(\frac{N_o}{N_o + h}\right)\right)^{-1}$

vi. Iterar hasta que el valor de $\varphi_o$ de lo contrario proseguir con el paso iii.

3. De coordenadas cartesianas tridimensionales en el elipsoide A a coordenadas cartesianas tridimensionales en el elipsoide B, aplicando la transformación de siete parámetros
4. De coordenadas cartesianas tridimensionales en el elipsoide B a coordenadas elipsoídicas en el elipsoide B
5. De coordenadas elipsoídicas en el elipsoide B a coordenadas planas en el sistema B

# 3. PROYECCIÓN LAMBERT

*Este sistema divide Costa Rica en dos zonas*

## 3.1 GENERALIDADES

El anterior sistema de representación de coordenadas de Costa Rica se basó en la proyección del elipsoide Clark1866 referido al datum de Ocotepeque a una proyección cónica conforme de Lambert.

La proyección cónica conforme de Lambert consta de dos conos secantes que cortan al elipsoide en cada uno en dos paralelos de contacto, que comúnmente son llamados paralelos normales.

***Cuadro 13*** Parámetros geométricos del elipsoide Clark1866

| PARAMETRO | NOMENCLATURA Y FORMULA | VALOR DEL PARAMETRO |
|---|---|---|
| Semieje mayor | a | 6 378 206.4 m. |
| Semieje menor | b | 6 356 583.8 m. |
| Achatamiento | $f=\frac{a-b}{a}$ | 0.003 390 075 303 928 |
| Primera excentricidad numérica | $e^2=\frac{a^2-b}{a^2}$ | 0,006 768 657 997 291 |

Este sistema divide Costa Rica en dos zonas de proyección cartográfica denominadas zona norte y sur o Costa Rica Lambert Norte y Costa Rica Lambert Sur, como se demuestran en la Figura 11.

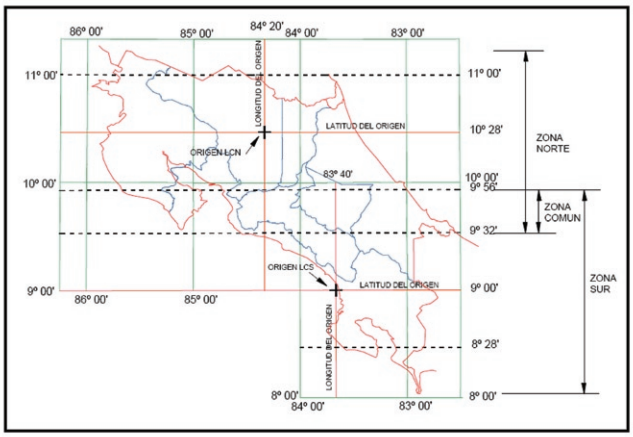


**Figura 11:** Proyección Lambert.

***Cuadro 14:*** Parámetros de la proyección Lambert para cada zona.

| PARÁMETRO | NOMENCLATURA | CR NORTE | CR SUR |
|---|---|---|---|
| Paralelo central | $\varphi_0$ | 10º28' N | 9º00' N |
| Meridiano Central | $\lambda_0$ | 84º20' O | 83º40' O |
| Factor de escala | $K_0$ | 0.99995696 | |
| Paralelos Normales | | 9º56'N | 8º28' N |
| | | 11º00' N | 9º32' N |
| Falso Este | FE | 500 000.000 m. | 500 000.000 m. |
| Falso Norte | FN | 271 820.522 m. | 327 987.436 m. |
| $R_0$ + FN | | 34 800.00 m. | 40 600.00 m. |

Fórmulas de la proyección cónica conforme de Lambert.

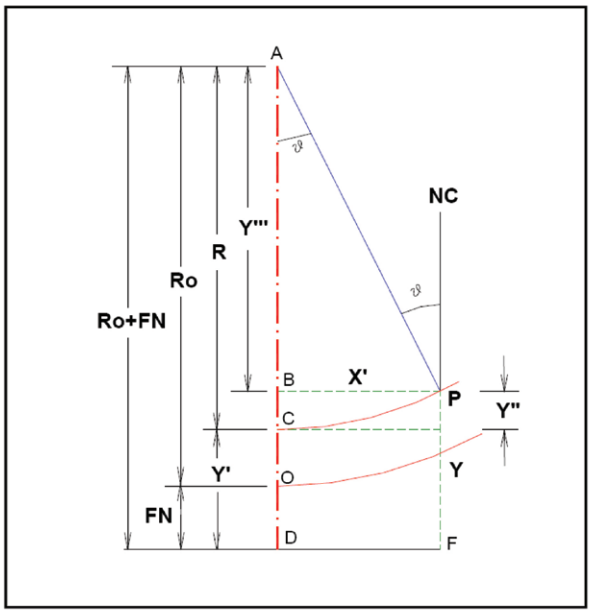


**Figura 12:** Formulación de la proyección cónica de Lambert.

## 3.2 CÁLCULO DE COORDENADAS EN EL SISTEMA LAMBERT

El fundamento matemático y la derivación de las fórmulas de la proyección Lambert están representados en la figura anterior. En el Cuadro 15 se expresan los elementos que intervienen en el cálculo:

***Cuadro 15:*** Elementos para el cálculo de coordenadas en el sistema Lambert

| PARÁMETRO | NOMENCLATURA |
|---|---|
| ***P*** | Punto en Consideración. |
| ***O*** | Origen de la Zona. |
| $\varphi$ | Latitud en P. |
| $\lambda$ | Longitud en P. |
| $\varphi_0$ | Latitud en el Origen. |
| $\lambda_0$ | Longitud en el Origen. |
| $\Delta\lambda$ | Diferencia de longitud desde el meridiano central hasta el meridiano en P. |
| $\Delta\varphi$ | Diferencia de latitud desde el paralelo central hasta el paralelo en P. |
| $\theta$ | Convergencia de los meridianos o el ángulo entre el norte de cuadrícula y norte verdadero $\leq$BAP. |
| ***NC*** | Norte de cuadrícula. |
| ***M*** | Distancia meridional desde el meridiano central hasta el meridiano en el punto P. |
| ***M', M"*** | Distancia meridional con la primera aproximación de la diferencia de latitudes. |
| $\delta M, \delta M'$ | Diferencia entre arcos de meridiano. |
| $\delta\phi, \delta\phi'$ | Diferencia de latitudes. |
| ***FN*** | Falso Norte. |
| ***FE*** | Falso Este. |
| $R_0$ | Radio desarrollado en el paralelo de origen = AO. |
| ***R*** | Radio desarrollado en el paralelo de P = AC = AP = $R_0$-*M.* |
| ***N*** | Norte de cuadrícula en el punto P. |
| ***N'*** | Norte de cuadrícula del punto en el meridiano central con la misma latitud que *P = DC.* |
| ***N''*** | Norte de curvatura = CB. |
| ***N'''*** | $(R_0 + FN) - N = AB$ . |
| ***E*** | Este de cuadrícula en el punto P. |
| ***E'*** | Este de cuadrícula en el punto P desde el meridiano central = BP. |

Constantes de cálculo:

$$a_1 = \frac{-d \quad N_0 \, k_0}{1+\eta_0^2}$$

$$a_2 = \frac{-3d^2 \quad N_0 \quad k_0 \quad \eta_0^2 \quad t}{2\left(1+\eta_0^2\right)^2}$$

$$a_3 = \frac{-d^3 \quad N_0 \quad k_0 \quad \left(1+4\eta_0^2 \quad -3\eta_0^2 \quad t^2+3\eta_0^4 \quad +12\eta_0^4 \quad t^2\right)}{6\left(1+\eta_0^2\right)^3}$$

$$a_4 = \frac{-d^4 \quad N_0 \quad k_0 \quad t \quad \left(1+3\eta_0^2 \quad +35\eta_0^4 \quad -45\eta_0^4 \quad t^2\right)}{24\left(1+\eta_0^2\right)^4}$$

$$a_5 = \frac{-d^5 \quad N_0 \quad k_0 \quad \left(5+3 \quad t^2+24\eta_0^2 \quad +15\eta_0^2 \quad t^2\right)}{120\left(1+\eta_0^2\right)^5}$$

$$a_6 = \frac{-d^6 \quad N_0 \quad k_0 \quad t \quad \left(21+12 \quad t^2\right)}{720\left(1+\eta_0^2\right)^6}$$

Con las fórmulas anteriores se obtienen los siguientes coeficientes:

***Cuadro 16:*** Coeficientes pare el cálculo del arco de meridiano

| COEFICIENTE | COSTA RICA NORTE | COSTA RICA SUR |
|---|---|---|
| $a_1$ | -184 332,51238 x $10^{-2}$ | -184 316,54609 x $10^{-2}$ |
| $a_2$ | -9,72742 x $10^{-4}$ | -8,41218 x $10^{-4}$ |
| $a_3$ | -26,31931 x $10^{-6}$ | -26,32437 x 10-$^{6}$ |
| $a_4$ | -0,03497 x $10^{-8}$ | -0,02998 x $10^{-8}$ |
| $a_5$ | -0,00564 x $10^{-10}$ | -0,00561 x $10^{-10}$ |
| $a_6$ | -0,00002 x $10^{-12}$ | -0,00002 x $10^{-12}$ |

El proceso para calcular las coordenadas de cuadricula a partir de coordenadas elipsoídicas es el siguiente:

Teniendo $\varphi_P$ y $\lambda_P$:

1. Cálculo de la diferencia de latitudes entre el punto P y el origen del sistema:

$\Delta\varphi = \varphi_P - \varphi_o$, $\Delta\varphi$ se debe expresar en minutos sexagesimales con su parte decimal.

2. Cálculo del arco de meridiano:

$$R = R_0 + a_1\Delta\varphi + a_2\Delta\varphi^2 + a_3\Delta\varphi^3 + a_4\Delta\varphi^4 + a_5\Delta\varphi^5 + a_6\Delta\varphi^6$$

3. Cálculo de la diferencia de longitudes $\Delta\varphi$

$$\Delta\lambda = \lambda_p - \lambda_o \qquad \Delta\lambda > 0, \text{ si } |\lambda_p| < |\lambda_o|$$

$$\Delta\lambda < 0, \text{ si } |\lambda_p| > |\lambda_o|$$

4. Convergencia de meridianos:

$\theta = \Delta\lambda \infty \text{sen}(\varphi_o)$

5. Cálculo de la coordenada este en el punto P:

$E' = R \infty \text{sen}(\theta)$
$E = FE + E'$

6. Cálculo de la coordenada norte en el punto P:

$$N' = (R_o + FN) - R$$

$$N'' = E' \cdot tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$N = N' + N''$$

El calculo de coordenadas elipsoídicas a partir de coordenadas de cuadricula es:

Teniendo $N_P$ y $E_P$:

1. Calcular:

$N''' = (R_O + FN) - N = AB$, $E' = E - FE$

2. Calcular la convergencia de meridianos θ:

$$tan(\theta) = \frac{E'}{N'''}$$

3. Cálculo del radio de paralelo y la distancia meridional en el punto:

$$R = \frac{E'}{sen(\theta)} \qquad M = R - R_o$$

4. Proceso iterativo para determinar la latitud geodésica $\varphi$:

4.1. $\Delta\varphi = \dfrac{M}{a_1}$

4.2. $M' = a_1\Delta\varphi + a_2\Delta\varphi^2 + a_3\Delta\varphi^3 + a_4\Delta\varphi^4 + a_5\Delta\varphi^5 + a_6\Delta\varphi^6$

4.3. $\delta M = M - M'$

4.4. $\delta\varphi = \dfrac{\delta M}{a_1}$

4.5. $\Delta\varphi' = \Delta\varphi + \delta\varphi$

4.6. $M'' = a_1\Delta\varphi' + a_2\Delta\varphi'^2 + a_3\Delta\varphi'^3 + a_4\Delta\varphi'^4 + a_5\Delta\varphi'^5 + a_6\Delta\varphi'^6$

4.7. $\delta M' = M'' - M$ si $\delta M'$ es menor a 1 mm el proceso se detiene. Cuando no se cumple esta condición, se debe iterar desde 4.1, hasta que el cálculo se convergente con la condición citada en 4.7.

4.8. $\varphi_P = \varphi_o + \Delta\varphi'$ el valor de estará en minutos sexagesimales se debe pasar a grados para sumarla a la latitud del origen.

5. Cálculo de la longitud geodésica $\lambda_P$

$\Delta\lambda < 0$, si $E' > 0$ ó $\Delta\lambda > 0$, si $E' < 0$

$$\Delta\lambda = \frac{\theta}{sen(\varphi_o)} \qquad \lambda_p = \lambda_o + \Delta\lambda$$

# BIBLIOGRAFÍA

**Recopilado a partir de los documentos generados en la contratación "Definición y oficialización del sistema nacional de coordenadas". Geotecnologías S.A. , 2006**
*Diagnóstico de las redes y sistemas de referencia de Costa Rica (Informe Nº 1)*
*Propuesta de una proyección cartográfica única para Costa Rica (Informe Nº 2)*
*Lineamientos técnicos para la oficialización del nuevo sistema (informe Nº 3)*
*Transformación de coordenadas entre sistemas de referencia (Informe Nº 14)*
*Base de Datos de la Red Nacional de Coordenadas*.

**Otras publicaciones consultadas:**

Burgos, Álvaro S. (2001) *Los sistemas de coordenadas planas usados en Costa Rica* San José: Editorial de la Municipalidad de San José.

Dörries y Roldán (2004) *El Datum Geodésico de Ocotepeque y el Datum Satelitario del Sistema WGS84*. Pp. 117-125 *Revista Uniciencia 21*, Revista de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Heredia: Editorial Universidad Nacional (EUNA)

Inter-American Geodetic Survey (1950). *Proyección Lambert para Costa Rica*. Washington D.C., Army Map Service

Martínez M. Rubén, Ojeda M. Juan C., Sánchez S. José A., Relas A. Juan G., García G. Javier. (2004). *Geodesia y Topografía. Formularios Técnicos y Científicos*. Madrid: Bellisco Ediciones.

Organización de Aviación Civil Internacional (2002). *Manual del sistema geodésico mundial 1984 (WGS84)*.

Ramírez y Serpas (2004) *Transformaciones de Datum* Pp. 105-115 *Revista Uniciencia 21*, Revista de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Heredia: Editorial Universidad Nacional (EUNA)

# *Decreto de Oficialización Sistema CR05*

***Nº 33797- MJ-MOPT***

***Con fundamento en lo dispuesto en los artículos 140, inciso 18) y 146 de la Constitución Política de Costa Rica, en el artículo 271 de la Ley General de la Administración Pública, la ley Nº 8154 del Programa de Regularización del Catastro y Registro, la Ley Nº 6545 del Catastro Nacional y la Ley Nº 59 del Instituto Geográfico Nacional,***

## Considerando:

**1º-** Que el Convenio de Préstamo Nº 1284/OC-CR "Programa de Regularización de Catastro y Registro", suscrito con el Banco Interamericano de Desarrollo, bajo la modalidad de Financiamiento mixto, entre el citado Banco y El Estado de la República de Costa Rica, cuya Unidad Ejecutora es un órgano desconcentrado del Ministerio de Hacienda, tiene como objetivo: formar el catastro de la totalidad de los predios existentes en el país, debidamente georreferenciados, y compatibilizar esta información con el Registro de la Propiedad Inmueble.

**2º-** Que es una realidad impostergable, la necesidad de contar en el país con información proporcionada a partir de un levantamiento catastral con cobertura nacional, que facilite las actividades administrativas del Estado, promocionen el desarrollo urbano y rural, a partir de las propias características de la riqueza territorial, promoviendo los programas de infraestructura, el desarrollo turístico, agropecuario e industrial, como premisa de un mejor aprovechamiento del uso de la tierra, mejorando los sistemas de tributos y en especial, garantizando a los titulares sus derechos reales sobre los bienes inmuebles.

**3º-** Que la Ley de Catastro Nacional, Número 6545 y su Reglamento, establecen el procedimiento para el levantamiento catastral del territorio nacional y que la ejecución y mantenimiento del Catastro, es función del Estado y su realización es potestad exclusiva del Catastro Nacional.

**4º-** Que la Ley de Creación del Instituto Geográfico Nacional, Número 59, lo constituye de manera permanente y en representación del Estado, como la autoridad oficial en materia geodésica y de la representación espacial de la geografía de la República, extendiéndose su autoridad a las actividades de cualquier orden que tengan por origen los trabajos confiados a su cargo.

**5º-** Que el Instituto Geográfico Nacional, es el responsable de la determinación, mantenimiento, ampliación y actualización de la Red Geodésica Nacional de Costa Rica, como marco de referencia para la representación espacial de la geografía oficial.

**6º-** Que la información geográfica que provee el Instituto Geográfico Nacional, es un insumo básico para el desenvolvimiento de las actividades que se lleven a cabo en el proceso de planeación, y así mismo apoya la definición de las orientaciones y políticas de los sectores público y privado porque contribuye a la visualización y al análisis integral del territorio, la toma de decisiones, en consecuencia, al desarrollo sostenible.

**7º-** Que el Instituto Geográfico Nacional busca adoptar y aplicar las innovaciones tecnológicas y científicas desarrolladas en el ámbito mundial, con el fin de cumplir con su misión y apoyar el conocimiento geográfico de Costa Rica.

**8º-** Que el Instituto Geográfico Nacional participa activamente en iniciativas y proyectos afines a sus competencias, procurando el establecimiento de relaciones de cooperación interinstitucional, que promuevan la investigación, el desarrollo tecnológico y la transferencia de conocimientos.

**9º-** Que la actual Red Geodésica Nacional oficial de Costa Rica esta referida al datum de Ocotepeque con el elipsoide Clarke 1866, establecida en su mayor parte en los años cuarentas y cincuentas, apoyada por el Servicio Geodésico Interamericano (IAGS) del Gobierno de Estados Unidos de América con tecnología de la época.

**10º-** Que los modernos equipos de medición y de posicionamiento vía satélite han superado la precisión del datum de Ocotepeque, con lo cual dicho datum y en consecuencia la actual Red Geodésica Nacional oficial de Costa Rica, no ofrecen la precisión requerida en la actualidad por los usuarios en nuestro país que utilizan cada vez en mayor número los Sistemas Globales de Navegación por Satélites (GNSS: Global Navigation Satellite Systems), que han venido a revolucionar la tecnología de medición geodésica sustituyendo ventajosamente a los métodos de posicionamiento astronómico, triangulación, poligonación y doppler, y por tanto, es necesario aprovechar al máximo la potencialidad de dichas tecnologías.

**11º-** Que ante la nueva tecnología y conceptos modernos de Geodesia, la actual Red Geodésica Nacional, en su parte correspondiente a posicionamiento horizontal, presenta defectos de consistencia interna resultantes de circunstancias diversas, que a su vez pueden dar origen a problemas técnicos y jurídicos de diversa índole. Por lo que obliga en términos de desarrollo a la adopción de un nuevo Sistema Geodésico de Referencia, compatible con tecnología moderna.

**12º-** Que el datum utilizado en el mundo actualmente es el Marco Internacional de Referencia Terrestre (ITRF) del Servicio Internacional de Rotación de la Tierra (IERS) con elipsoide asociado al Sistema Geodésico Mundial 84 (WGS84), los cuales están basados en las tecnologías satelitales y terrestres dentro de un esquema global que unifica y procesa toda la información recopilada con estas modernas técnicas científicas.

**13º-** Que en Costa Rica el sistema de proyección cartográfica oficial es la Proyección Cónica Conforme de Lambert, con sus zonas norte y sur, establecida para la creación del mapa básico y en uso desde la década de los años 50 hasta la fecha.

**14º-** Que es conveniente la oficialización de un sistema de proyección cartográfica única para Costa Rica basado un Sistema Geodésico de Referencia compatible con tecnología moderna de los Sistemas Globales de Navegación por Satélites (GNSS) y permitiendo subsanar las deficiencias de división del país en zonas y fundamentación geodésica convencional de la proyección oficial actual.

**15º-** Que de conformidad con lo dispuesto en los artículo 2º, 3º, 13º, 30º, 31º, 36º, 43º y 44º de la Ley Nº 6545 del Catastro Nacional, el artículo 28º, apartado a), del Reglamento a dicha Ley, así como de la Ley Nº 8154, del Programa de Regularización del Catastro y Registro, el Anexo A, Capítulo III, Adecuación del marco legal, reglamentario e institucional, cláusula 3.01., apartado (i) y los artículos 1º, 2º, 3º, 10, 12, 13, y 15 de la Ley Nº 59 del Instituto Geográfico Nacional, así como las actividades que se desarrollan en torno a la ejecución del Programa de Regularización del Catastro y Registro; es necesario establecer una nueva Red Geodésica Nacional de Referencia Horizontal y Proyección Cartográfica oficiales de Costa Rica, que establezcan coordenadas compatibles e ínteroperables con las técnicas actuales de georreferenciación, en especial los Sistemas Globales de Navegación por Satélites (GNSS).

**16º-** Que dadas las condiciones para la Ejecución del Programa, según el Convenio de Préstamo Nº 1284/OC-CR, así como el acuerdo firmado por el Director de Instituto Geográfico Nacional, el Director del Catastro Nacional y el representante del Componente de Formación del Catastro de la Unidad Ejecutora del Programa, de fecha 07 de julio de 2005 y que fuera conocido por el Comité Técnico RNP en sesión del día 12 de agosto de 2005, debe dictarse el Decreto Ejecutivo que oficialice "La Red Geodésica de Referencia Nacional y la Proyección Cartográfica", que será utilizada para apoyar la creación de la ortofoto y cartografía digital que se utilizará en el levantamiento catastral y actualización de la cartografía básica de todo el territorio de la República.

## DECRETAN:

**Artículo 1º-** Se declara como datum horizontal oficial para Costa Rica, el CR05, enlazado al Marco Internacional de Referencia Terrestre (ITRF2000) del Servicio Internacional de Rotación de la Tierra (IERS) para la época de medición 2005.83, asociado al elipsoide del Sistema Geodésico Mundial (WGS84). Este datum está materializado a través de la denominada Red Geodésica Nacional de Referencia Horizontal CR05 de Primer Orden y su densificación al Segundo Orden, consistente en un conjunto vértices geodésicos situados sobre el terreno, dentro del ámbito del territorio nacional, establecidos físicamente mediante monumentos permanentes, sobre los cuales se han hecho medidas directas mediante el Sistema de Posicionamiento Global, estableciendo su interconexión y la determinación de su posición; y permitirá referenciar todos los levantamientos y actividades cartográficas y geodésicas que se efectúen en el Territorio Nacional.

**Artículo 2º-** Se declara como proyección oficial para la representación cartográfica, la Proyección Transversal de Mercator para Costa Rica con el acrónimo CRTM05, con el meridiano central de 84º Oeste, paralelo central 0°, coordenada norte del origen 0 metros, coordenada este del origen 500000 metros, proyectada con un factor de escala de 0,9999 válida para todo el país.

**Artículo 3º-** Mientras no se disponga de un modelo de geoide oficializado para Costa Rica asociado al datum CR05, el datum o nivel de referencia vertical o red de nivelación seguirá siendo el tradicional determinado por técnicas de topografía convencionales y fundamentado en observaciones mareográficas entre 1940 y 1960 para la determinación del nivel de referencia con base en el nivel medio del mar.

**Artículo 4º-** En el momento que se cuente en Costa Rica con un modelo de geoide y un programa de interpolación adecuado, el Instituto Geográfico Nacional procederá a su evaluación y una vez aprobado, el Instituto Geográfico Nacional autorizará su utilización mediante una resolución administrativa razonada.

**Artículo 5º-** El Instituto Geográfico Nacional y el Catastro Nacional, utilizarán esta Red Geodésica Nacional de Referencia Horizontal CR05 de primer orden y su densificación, en sus labores ordinarias, coordinando las actividades de sostenibilidad, mantenimiento y actualización, y formará parte fundamental en el modo permanente de trabajo de ambas Instituciones. En adelante la información cartográfica básica y la catastral, y los datos geográficos en general deberán referirse al sistema de proyección cartográfica CRTM05.

**Artículo 6º-** El Instituto Geográfico Nacional dispondrá para su uso interno y de los interesados en la información cartográfica, las aplicaciones que permitan la transformación de datos referenciados en los anteriores sistemas de proyección cartográfica Lambert Costa Rica Norte y Lambert Costa Rica Sur al nuevo sistema de proyección cartográfica CRTM05. En cuanto a Catastro Nacional se refiere, dispondrá de estas aplicaciones dentro del marco de sus competencias.

**Artículo 7 º-** Conforme se produzcan datos cartográficos en el nuevo sistema de proyección cartográfica CRTM05, el Instituto Geográfico Nacional publicará por los medios adecuados aquella información que se ha oficializado. En cuanto a la cartografía catastral le corresponderá al Catastro Nacional la oficialización de la misma, acorde con el ordenamiento jurídico establecido para la oficialización de los datos del Catastro.

**Artículo 8º-** Como parte integral de este Decreto Ejecutivo, el Instituto Geográfico Nacional publicará un documento oficial denominado "Lineamientos técnicos para la oficialización del nuevo sistema CRTM05" que tendrá carácter de manual, en el cual se detallarán las características físicas y matemáticas del sistema cartográfico CRTM05", y las fórmulas matemáticas para todos los cálculos geodésicos del sistema.

**Artículo 9º-** Formarán parte de la Red Geodésica Nacional de Referencia Horizontal de Primer Orden varias estaciones permanentes de monitoreo continuo de la constelación de los Sistemas Globales de Navegación por Satélites (GNSS), las cuales estarán distribuidas estratégicamente a lo largo del territorio nacional, y tendrán la finalidad de ofrecer un servicio geodésico a la comunidad nacional e internacional, que utilizan el sistema satelital, los datos GPS de dichas estaciones para referir sus mediciones al sistema cartográfico CRTM05 y al sistema geodésico CR05. No obstante, las mediciones al vínculo CRTM05 y CR05, se podrán realizar también aplicando los métodos convencionales de la topografía y geodesia.

**Artículo 11º-** La Red Geodésica Nacional de Referencia Horizontal CR05 y el sistema de proyección cartográfica CRTM05, constituirán el único sistema oficial de coordenadas para la República de Costa Rica a partir del cual se debe referenciar todos los levantamientos y actividades cartográficos y geodésicos que desarrollen en el Territorio Nacional toda dependencia pública, persono o entidad privada nacional o extranjera que emprendan o contraten trabajos geodésicos y cartográficos, contribuyéndose de esta forma a evitar el gasto público y obteniendo por otra parte información geográfica confiable, uniforme y comparable que sea de utilidad general y que apoye la toma de decisiones en los distintos niveles del Estado.

**Artículo 12º-** El Instituto Geográfico Nacional y Catastro Nacional para efectos de conservar, mantener y densificar la Red Geodésica Nacional de Referencia Horizontal CR05, programarán los recursos y acciones necesarias dentro del presupuesto y Plan Anual Operativo correspondientes, para lo cual establecerán los aranceles por los servicios de información derivados de la Red Geodésica Nacional, de conformidad con la legislación vigente.

**Artículo 13º-** Rige a partir de su publicación.

## DISPOSICIONES TRANSITORIAS

**Transitorio I.-** El Instituto Geográfico Nacional tendrá un período de nueve (9) años, contados a partir de la promulgación del presente Decreto, para la implementación completa del nuevo sistema oficial de coordenadas en la cartografía básica oficial.

**Transitorio II.-** Será responsabilidad de cada dependencia pública, la transformación de datos referenciados atinentes a sus tareas de competencia institucional en los anteriores sistemas de proyección cartográfica Lambert Costa Rica Norte y Lambert Costa Rica Sur, al nuevo sistema de proyección cartográfica CRTM05.

**Transitorio III.-** Una vez publicada y oficializada la cartografía en el sistema de proyección cartográfica CRTM05 para una determinada zona del país, conforme al artículo 6º anterior, para esa zona se dará un plazo máximo de tres (3) años, prorrogables a dos (2) períodos iguales, para que todos los trabajos geodésicos y cartográficos oficiales, puedan trasladarse al nuevo sistema.

Dado en la Presidencia de la República.- San José, a los treinta días del mes de marzo, de dos mil siete.

OSCAR ARIAS SÁNCHEZ.-La Ministra de Justicia, Laura Chinchilla Miranda.-La Ministra de Obras Públicas y Transportes, Karla González Carvajal. - 1 vez (S. P. Nº 44873). - C-107100. - (D33797-46293)

# REGULARIZACION DE CATASTRO Y REGISTRO

## Propiedades inscritas y seguras

Unidad Ejecutora del Programa de
Regularización del Registro y Catastro

Calle 39, Av. 8, Nº 58
Apartado postal: 115-001,
San José, Costa Rica
Tel. (506) 253-6212 • (506) 253-8411
Fax. (506) 234-6996
***www.uecatastro.org***

# Fortaleciendo la seguridad jurídica inmobiliaria del país